

Federació d'Entitats per l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya

Problema 1

Para conmemorar esta XXV Olimpiada dedicaremos el primer problema al número 25.

- a. La suma de los nueve primeros números es 45,

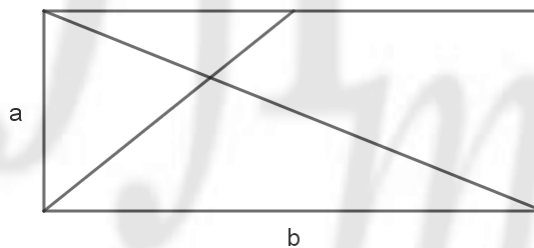
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.$$

Modifica el menor número de operaciones posibles para que el resultado sea 25. (En lugar una suma puedes poner una resta, una multiplicación o una división)

- b. Utilizando las cifras del número 2014, una vez cada una, y las operaciones que quieras debes lograr que el resultado sea 25. Encuentra cuatro soluciones distintas.
- c. Algunos números pueden expresarse como suma de dos o más números consecutivos. Por ejemplo, $4 + 5 = 9$ y también $2 + 3 + 4 = 9$. Expresa el número 25 como suma de dos o más consecutivos de todas las maneras posibles y justifica que no hay más soluciones.

Problema 2

En un rectángulo de lados a y b trazamos una diagonal y un segmento que une un vértice que no está en la diagonal con el punto medio de un lado opuesto (ver figura). El rectángulo inicial queda dividido en cuatro figuras. ¿Cuál es el área de cada una de las cuatro figuras? (Puedes expresar cada área como una fracción del área del rectángulo inicial)



Problema 3

Vamos a analizar un juego para dos jugadores. Se escriben dos números menores que 100 en un papel. Por ejemplo, 35 y 24. El primer jugador resta los dos números y anota el resultado en el papel. Ahora el segundo jugador elige dos de los tres números escritos, los resta y anota el resultado en el mismo papel. El juego sigue de modo que en cada jugada se restan dos números que ya se han escrito previamente y se anota un nuevo número. Siempre se resta de modo que el resultado sea un número positivo. Y no es posible restar dos números si el resultado es un número que ya está escrito. El jugador que no puede anotar ningún número pierde la partida.

- a. ¿Qué jugador, el primero o el segundo en jugar, tiene ventaja? ¿Cómo hay que jugar para ganar?
- b. Si cambiamos los números iniciales, ¿cómo podremos saber qué jugador tiene ventaja? Razona tu respuesta.

Problema 4

En un papel cuadriculado dibujamos un rectángulo siguiendo los lados de la cuadrícula y trazamos una diagonal.

- a. ¿Cuántos cuadrados de la cuadrícula cortarán la diagonal de un rectángulo de 7 unidades de largo y 4 unidades de ancho? ¿Y la diagonal de otro rectángulo de 9 unidades de largo y 3 unidades de ancho? (Se entiende que la unidad de longitud es el lado de un cuadrado de la cuadrícula y, por tanto, todos los rectángulos tienen medidas enteras).
- b. Encuentra una expresión -una fórmula- que te permita calcular el número de cuadrados que cortará la diagonal a partir de las longitudes de los lados del rectángulo. Razona tu respuesta.
- c. Si en lugar de trazar una diagonal trazamos las dos, ¿cuáles deben ser las medidas de los lados del rectángulo para que el número de cuadrados que cortan las dos diagonales sea el doble que los cortados por una sola diagonal? Razona tu respuesta.

Problema 5

Un joven y un viejo viven en el mismo edificio y trabajan en el mismo sitio. Cada mañana salen para trabajar a la misma hora, pero el joven tarda 20 minutos en hacer el trayecto de casa al trabajo y el viejo tarda 30 minutos.

- a. Si hoy el viejo ha salido 5 minutos antes, ¿en qué punto del trayecto se encontrarán?
- b. ¿Cuántos minutos más tarde tiene que salir el joven si quiere encontrarse con el viejo justo cuando se ha recorrido los $\frac{4}{5}$ del trayecto? Razona tu respuesta.