XXIV OLIMPIADA NACIONAL

Andorra, 2013

Instituto Español de Andorra

Problema 1 Las escaleras del Románico

Casi todo el mundo suele subir las escaleras de peldaño en peldaño, pero, en ocasiones, se suben dos a la vez. Dejamos para los más atrevidos subir tres a la vez, o más, pero aquí no lo consideraremos. Bajo estas condiciones, evidentemente una escalera de un peldaño se subiría de una sola manera y una escalera de dos peldaños tendría dos formas posibles de subirse. La de tres peldaños se subiría de tres formas posibles.

En el siglo V de nuestra era, una conocida matemática y astrónoma fue brutalmente asesinada en Alejandría.

1. ¿De cuántas maneras diferentes se puede subir una escalera de tantos peldaños como letras tiene el nombre de su padre **[1]?**

2. ¿De cuántas maneras diferentes se puede subir una escalera de cinco peldaños? ¿y de seis?

3. Curiosa la relación entre los resultados obtenidos anteriormente, la disposición de las hojas en un tallo y los conejos. Explica brevemente esta relación. Un célebre *matemático de Pisa del siglo XIII*, tocayo del pintor de la Gioconda, te podrá ayudar. **[2]**

La iglesia de Sant Serni de Canillo es una de las iglesias románicas del Principado. Se accede a ella por una *pequeña escalinata*, que tiene tantos peldaños como el doble del dígito *de la primera cifra del año de nacimiento del conocido matemático fundador de la Hermandad Pitagórica.* **[3]**

4. ¿Cuántos escalones tiene esta escalinata de la Iglesia de Sant Serni?

5. ¿De cuántas maneras diferentes se podría subir esta escalera de la iglesia?

6. Considerando que cada forma de subir la escalera tuviese la misma probabilidad, ¿cuál es la probabilidad de que un turista suba toda esta escalera de dos en dos peldaños?

7. Considerando, igual que en la pregunta anterior, que cada forma de subir la escalera tuviese la misma probabilidad.
¿Qué porcentaje de individuos cabe esperar que la suban de uno en uno, salvo dos de los peldaños que los suban a la vez?

Las referencias [1], [2], [3],… de la prueba están al final de la misma

Problema 2 El puente de Encamp

Cuatro amigos han quedado en Encamp, al otro lado del puente, dentro de unos minutos. Es de noche y el puente es estrecho, sólo disponen de una linterna (imprescindible tanto a la ida como a la vuelta) y deben cruzar, como máximo, de dos en dos. La habilidad y el vértigo de cada amigo al cruzar el puente hace que sus tiempos sean diferentes. Con unas pistas sobre la *historia de Andorra* los podrás adivinar.

Ana tarda tantos minutos como el doble de la diferencia entre el último y penúltimo dígito *del año en el que el ruso Boris Skossyreff se propuso como rey de Andorra.* **[4]** Bea tarda tantos minutos como la suma de los dos primeros dígitos del *año de la firma del primer pariatge.* **[5]**

Carmen tarda tantos minutos como el quíntuple de la diferencia entre el segundo y el tercer dígito del *año en el que se segregó la parroquia de Escaldes-Engordany de la de Andorra la Vella.* **[6]**

David tarda tantos minutos como el triple del último dígito del *año en el que se construyó la primera carretera que comunicaba Andorra con el extranjero*, en concreto con España. **[7]**

1. ¿Cuánto tiempo tarda cada uno?

Son las 23:15h. La cita es dentro de tantos minutos como indica *el quinto primo de Sophie Germain.* **[8]**

2. ¿A qué hora es la cita?

3. ¿Cómo se deben organizar para cruzar el puente en esos minutos y llegar a tiempo a la cita?

Problema 3 Las áureas aguas termales

El agua es una de las riquezas de Andorra, no solo por los ríos y lagos que nacen en su territorio, sino también por las fuentes termales, ricas en azufre y muy recomendables para los tratamientos terapéuticos y de belleza.

Un joven emprendedor tiene el proyecto de construir una piscina termal de planta rectangular cuya profundidad mínima, en metros, es la parte entera del *número de oro* **[9],** y la máxima, la diferencia entre el tercer dígito y el primero de la parte decimal de dicho número. Entre ambas profundidades hay una rampa de pendiente constante en todo el largo de la piscina.

Es tal la armonía y belleza de la proporción de la que surge el número de oro, que *Rafael Alberti,* reconocido escritor de la generación del 27, le dedica un *soneto titulado "A la divina proporción".* El largo de la piscina tiene tantos metros como caras tiene la figura azul de la que habla el soneto. **[10]**

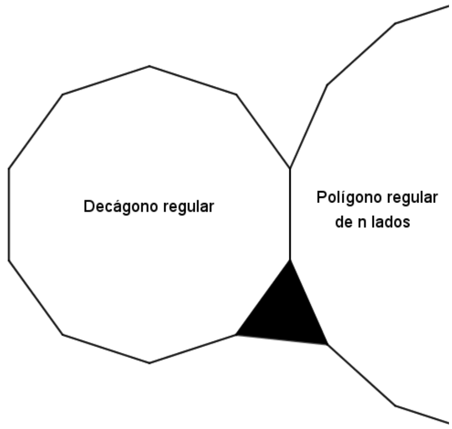
Cuando Alberti habla en su soneto de las "cinco formas regulares" se refiere a los cinco *Sólidos Platónicos*. El ancho de la piscina tiene tantos metros como caras tiene el Sólido Platónico de seis vértices. **[11]**

1. ¿Cuáles son las dimensiones de la piscina?

2. ¿Cuál es la capacidad (en metros cúbicos) de la piscina?

3. Llena al 85%, ¿cuántos hectolitros de agua contiene?

Se utilizará una plataforma flotante como la que se esboza en el gráfico (no está a tamaño real), formada por dos polígonos regulares adosados por uno de sus lados.



4. Uno de los polígonos es de 10 lados, ¿de cuántos lados es el otro?
Descúbrelo teniendo en cuenta que el triángulo negro (que no forma parte de la plataforma) es equilátero.

5. ¿Qué nombre recibe ese polígono?

6. Se estima que el tiempo de limpieza de la plataforma será de 20 minutos si lo hacen entre tres operarios. Suponiendo proporcionalidad, ¿cuánto tiempo tardarían dos operarios en limpiar el 80% de su superficie?

Problema 4 Los siete sultanes

El principado de Andorra ha sido, en múltiples ocasiones, sede de alguna de las etapas de la vuelta ciclista a España, generalmente en etapas de montaña. Ahora dejamos a un lado la montaña porque lo que nos ocupa es una prueba contrarreloj. ¡Atención!, porque para conseguir la victoria en cada etapa tendrás un tiempo limitado.

Las pruebas de este problema las verás en la pantalla a las 11:00h. Cuando la presentación haya terminado, los profesores, pasados 5 minutos, recogerán las hojas con las respuestas a este problema.

CUESTIÓN 1: ¿Verdadero o falso? [En pantalla durante 2 min] En cada unidad de tiempo el número de aficionados concentrados en el puente de la Margineda aumenta en la mitad, luego en dos unidades de tiempo se habrá duplicado.
CUESTIÓN 2: Hasta el infinito y más allá [En pantalla durante 3 min] En la meta del *Coll de la Gallina* había, al principio, 451 aficionados y, media hora más tarde, su número ascendía a 999. ¿Qué dígito se encuentra en la posición número mil de las cifras decimales del cociente entre ambas cantidades (451/999)?
CUESTIÓN 3: Otra vez, ¿verdadero o falso? [En pantalla durante 2 min] La cantidad de vehículos que entran al país el día de la vuelta aumenta un 100% en cada unidad de tiempo, luego en dos unidades de tiempo habrá aumentado un 400%.
CUESTIÓN 4: Luna rota [En pantalla durante 3 min] La noche de su triunfo, Contador mira al cielo y piensa: con dos líneas rectas, ¿cuál sería el número máximo de trozos en los que se podría “romper” esta luna? 
CUESTIÓN 5: Hasta la meta [En pantalla durante 3 min] En un circuito de entrenamiento de 2000 m, Contador (C) ha acabado 200 m antes que Valverde (V) y 290 m antes que Moreno (M). Si los tres ciclistas han mantenido constantes sus velocidades durante todo el recorrido, ¿a qué distancia del final se encontrará Moreno cuando Valverde finalice el circuito?

[1] A partir de la pista de Alejandría, el nombre de la matemática es Hipatia y el padre se llama Teón

[2] Fibonacci

[3] 580 antes de Cristo

[4] 1934

[5] 1278

[6] 1978

[7] 1914

[8] 23

[9] 1,6180339887…

[10] Dodecaedro azul

[11] Octaedro, 8 caras