



XX OLIMPIADA MATEMÁTICA

Tenerife, 2009



Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas «Isaac Newton»

Problema 1 Tetraedro Entero

A cada vértice de un tetraedro se le asigna un valor que puede ser +1 o -1. A cada cara se le asigna el valor resultante del producto de sus tres vértices.

¿Es posible que la suma de las caras sea un número impar? ¿Por qué?

¿Puede ser esa suma cero en algún caso?

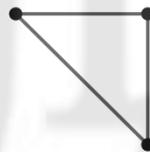
¿Qué valores puede tomar la suma de todas las caras?

Problema 2 Triángulos y geoplano

Se tiene un geoplano con la siguiente trama de puntos:



La distancia entre dos puntos consecutivos, tanto en horizontal como en vertical es de valor 1. Si unimos los puntos entre sí para formar triángulos:



¿Cuántos habrá de perímetro $2 + \sqrt{2}$?

¿Cuántos de perímetro $2 + 2\sqrt{2}$?

¿Cuántos de $1 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$?

¿Cuántos triángulos se pueden formar, en total, con sus vértices en los puntos?

Problema 3 Las cosas de Mario

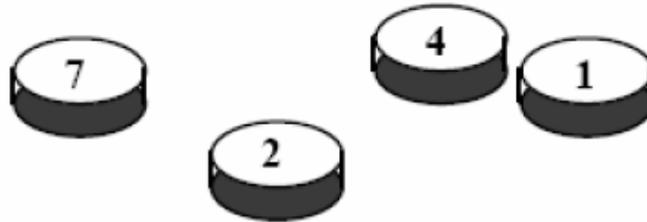
Mario quiere descomponer el número 46 en dos sumandos que sean números naturales, de tal manera que si uno se divide entre 7 y el otro entre 3, la suma de los cocientes es 10. ¿Cuál sería esa descomposición?

¿Y si la suma fuese 14?

Explicad cómo habéis encontrado vuestra respuesta.

Problema 4 Las fichas de Lucía

Lucía tiene cuatro fichas. Observa que sobre cada una de las ocho caras está indicado un número distinto, del 1 al 8. Ella lanza sus cuatro fichas una primera vez y ve aparecer 7, 2, 4 y 1, como está representado en el dibujo de aquí abajo.



Lucía lanza sus fichas una segunda vez y obtiene 6, 4, 5 y 2.

Después una tercera vez y obtiene 8, 2, 6 y 5.

Finalmente, la cuarta vez, obtiene 7, 4, 3 y 5.

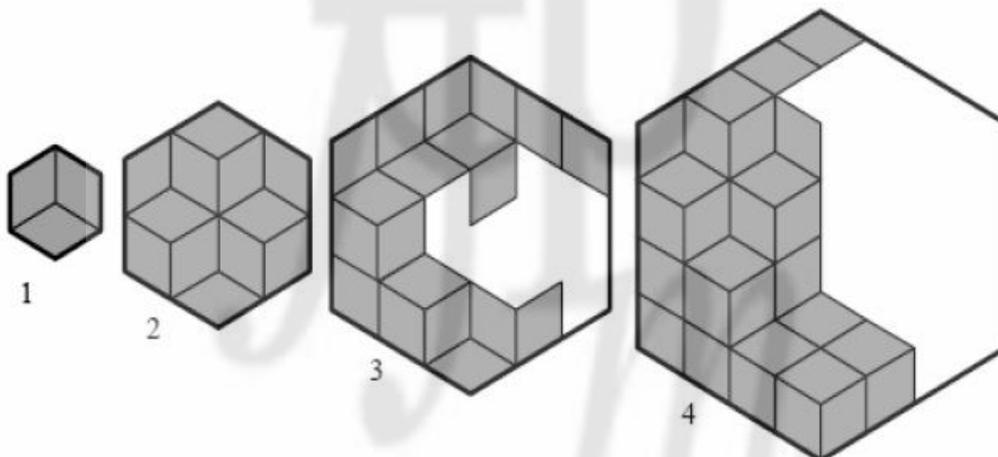
¿Cuáles son los números dibujados en cada ficha, uno sobre una cara y el otro sobre la opuesta?

Explicad cómo habéis hallado vuestra solución.

Problema 5 Los hexágonos de Pablo

Pablo tiene un juego con muchas piezas iguales para encajar, con forma de rombo con dos ángulos de 60 grados (60°).

Con estas piezas, Pablo construye hexágonos regulares. Para construir el hexágono más pequeño (dimensión 1), usa tres rombos. Para construir el siguiente (dimensión 2) usa doce y así sucesivamente (en el dibujo se ven los hexágonos completos de dimensión 1 y 2 con una posible disposición de los rombos, y el inicio de los hexágonos de dimensión 3 y 4):



Cuántos rombos necesitará Pablo para construir el hexágono de dimensión 8?

Explicad cómo habéis encontrado vuestra respuesta