XIV OLIMPIADA NACIONAL

Logroño, 2003

Sociedad Riojana de Profesores de Matemáticas «Aprima»

Problema 1 Torneo “Garnacha” de fútbol

En el torneo veraniego “Garnacha” de fútbol participaron cuatro equipos: el Menisco C.F., el Real Broncas, el Patadín Deportivo y el Garnacha Atlético.

El torneo se disputó por el sistema de liguilla: cada equipo jugó un partido contra los otros tres.

Los aficionados recuerdan de forma muy especial este torneo no sólo porque el club organizador se hizo una vez más con el trofeo, sino también porque no hubo dos partidos que terminaran con el mismo resultado.

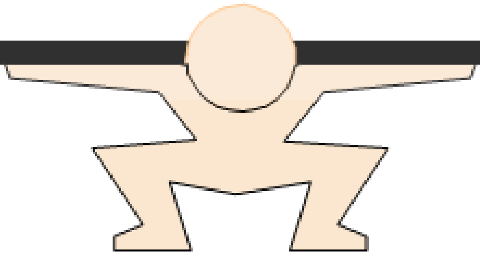
La tabla de la competición quedó así:

	Partidos				Goles	
	Jugados	Ganados	Empatados	Perdidos	A favor	En contra
Garnacha	3	2	1	0	4	1
Patadín	3	2	0	1	8	4
Menisco	3	1	0	2	1	6
Broncas	3	0	1	2	2	4

Averigua razonadamente cuáles fueron los resultados de los seis partidos.

Problema 2 De cuadrados y cincunferencias inscritas

En un cuadrado de vértices A, B, C y D cuyo lado mide 2 dm trazamos la diagonal AC; después trazamos las circunferencias inscritas en los triángulos ACD y ABC, cuyos centros son respectivamente los puntos E y F. Clasifica el cuadrilátero AFCE y halla su área.



Problema 3 Números de “Atila”

A partir de este histórico momento, llamaremos “números de Atila” (no sé por qué se me ha ocurrido ese nombre) a los siguientes:

Atila = { 1 , 11 , 111 , 1111 , ... }

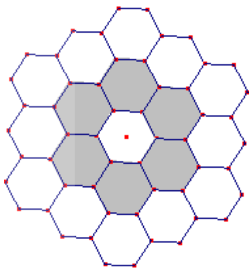
Considera los diez primeros “números de Atila” (cuidado con el 111 porque es el peor, ya que empieza con uno, sigue con uno... y acaba con uno).

¿Cuántos hay que sean múltiplos de 11?; ¿cuántos son múltiplos de 3?; ¿cuántos “1” tienes que utilizar si escribes los 10? ¿Y si en vez de los diez primeros, tuviésemos los 1000 primeros números de Atila? (no se te vaya a ocurrir escribirlos todos...)

Problema 4 Embaldosar con hexágonos

Se tiene un hexágono regular en el plano.

▪ Operación 1: Se rodea colocando alrededor hexágonos iguales a él. Hay 1 + 6 = 7 hexágonos.



▪ Operación 2: Se rodea esta estructura con hexágonos iguales.

Ahora hay 1 + 6 + 2 x 6 = 19 hexágonos.

Se repite esta operación.

▪ ¿Cuántos hexágonos hay después de la operación 4?

▪ ¿Puedes decir cuántos hay después de la operación 100?

▪ ¿Cuántos hay después de la operación n?

Después de la operación n, queremos poner dos euros en cada vértice de orden 2 (es decir donde se corten dos aristas), y tres en cada uno de orden 3. ¿Cuántos euros necesitamos en total?

Problema 5 Maratón de preguntas

Elegir la respuesta correcta entre las opciones que se dan en cada una de las preguntas

1.- Si un recipiente cúbico tiene una capacidad de 64 *cl*, su arista interior mide:

A) 4 *mm* ; B) 4 *cm* ; C) 4 *dm* ; D) 4 *m* ; E) Nada de lo anterior

2.- Tomando como vértices cuatro puntos de esta trama cuadrada, ¿cuántos cuadrados distintos pueden construirse?

A) 17 ; B) 30 ; C) 39 ; D) 49 ; E) Más de 49

3.- La cifra de las unidades de $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{2003}$ es:

A) 1 ; B) 3 ; C) 5 ; D) 7 ; E) 9

4.- El actual balón de fútbol es un icosaedro truncado. Se obtiene a partir de un icosaedro, suprimiendo en cada vértice del mismo una pirámide pentagonal, de forma que por cada uno de los 12 vértices del icosaedro aparezca un pentágono y que cada una de las 20 caras del primitivo icosaedro quede reducida a un hexágono regular. Su número total de aristas es:

A) 180 ; B) 90 ; C) 100 ; D) 80 ; E) Nada de lo anterior

5.- ¿Cuántos números naturales menores que 500 son divisibles por 6 o por 8 pero no son divisibles por ambos a la vez?

A) 145 ; B) 140 ; C) 105 ; D) 130 ; E) 125

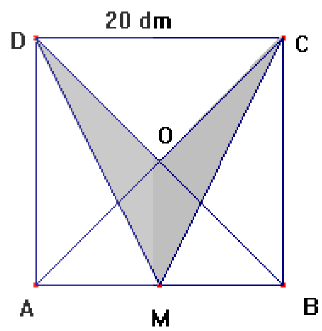
6.- En un rectángulo aumentamos la base y disminuimos la altura de forma que su área no varía. Si la base se aumentó en un 25%, entonces la altura disminuyó un:

A) 20% ; B) 25% ; C) 40% ; D) 80% ; E) Faltan datos

7.- Uno de estos volúmenes es diferente de los demás. ¿Cuál es?

A) 53 m^3 ; B) $5'3.10^4$ *l* ; C) $5'3.10^7$ cm^3 ; D) $5'3.10^8$ mm^3 ; E) 530 *hl*

8.- Si ABCD es un cuadrado de 20 *dm* de lado, M es el punto medio de AB y O es el centro del cuadrado, entonces el área (en dm^2) del cuadrilátero DMCO sombreado en la figura es:



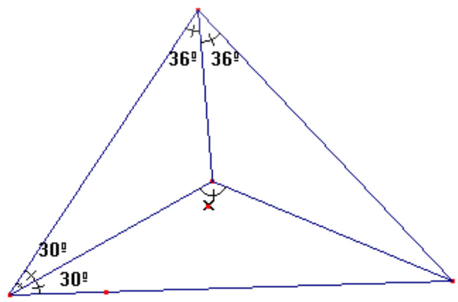
A) 80 ; B) 100 ; C) 120 ; D) 150 ; E) 180

9.- ¿Cuál de estos números está justo en medio de $0'\widehat{7}$ y $0'\widehat{8}$?

A) $0'\widehat{75}$; B) $0'8\widehat{3}$; C) 0'75 ; D) 0'775 ; E) Nada de lo anterior

10.- ¿Cuánto mide el ángulo x de la figura?

A) 110º ; B) 115º ; C) 120º ; D) 126º ; E) 130º



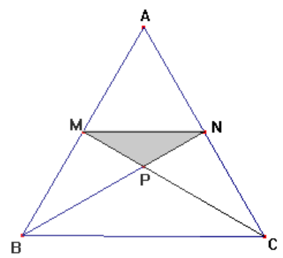
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
www.fespm.es

11.- Arturo lanza dos veces una moneda. Por cada cara obtiene 2 puntos, por cada cruz 1 punto. Benito lanza un tetraedro con las caras numeradas de 1 a 4.
¿Cuál es la probabilidad de que ambos obtengan la misma puntuación?
A) 3/4 ; B) 1/2 ; C) 1/3 ; D) 1/4 ; E) Nada de lo anterior

12.- ¿En cuántos ceros termina el producto $120^3 \cdot 250^4$?
A) 7 ; B) 9 ; C) 11 ; D) 13 ; E) 15

13.- Un año se llama "Año Santo Compostelano" si el 25 de julio de dicho año cae en domingo. ¿Cuál es el máximo número de años que puede haber entre dos Años Santos Compostelanos consecutivos (sin que haya por medio un cambio de siglo atípico)?
A) 5 ; B) 6 ; C) 7 ; D) 10 ; E) 11

14.- Si ABC es un triángulo equilátero de 12 cm de lado, M y N los puntos medios de AB y AC , y P es el punto de intersección de CM y BN, entonces el área del triángulo MNP, en cm^2, es:
A) $3\sqrt{3}$; B) $6\sqrt{3}$; C) $4\sqrt{3}$; D) $12\sqrt{3}$; E) $5\sqrt{3}$



15.- Un albañil necesita 10.000 ladrillos para cierto trabajo. Por su larga experiencia sabe que no más del 7% de los que le traigan se le van a romper. Si los ladrillos vienen en cajas de 100, ¿cuál es el mínimo número de cajas que debe pedir para estar seguro de acabar el trabajo?
A) 109 ; B) 106 ; C) 105 ; D) 107 ; E) 108

16.- En un grupo de hombres y mujeres la edad media es de 31 años. Si la media de edad de las mujeres es 25 años y la de los hombres 35 años, entonces la razón nº de hombres / nº de mujeres es:
A) 5/7 ; B) 7/5 ; C) 2/1 ; D) 4/3 ; E) 3/2

17.- Dos jarras idénticas están llenas de una mezcla de aceite y vinagre en la proporción de 2 a 1 en una de ellas y de 3 a 1 en la otra. Si vaciamos ambas jarras en una grande, la proporción de aceite y vinagre de la mezcla es
A) 5 a 1 ; B) 12 a 5 ; C) 17 a 7 ; D) 6 a 5 ; E) 5 a 2

18.- Como llueve, dos amigos, Ángel y Benito, deciden pasar la tarde viendo películas en vídeo. En el mismo vídeo-club Ángel alquila tres vídeos y Benito dos. Cuando otro amigo, Carlos, decide sumarse a la vídeo-sesión, dice Ángel:
-No alquiles más películas, que ya tenemos cinco. Pon 4 euros y los repartiremos entre Benito y yo de forma que todos hayamos puesto lo mismo.
¿Qué cantidad –en euros- corresponde a Benito?
A) 1'60 ; B) 1'50 ; C) 1'20 ; D) 1 ; E) 0'80