

PRUEBA INDIVIDUAL

VIII OLIMPIADA MATEMÁTICA NACIONAL ALEVÍN

Barcelona 2026

24-27 de junio

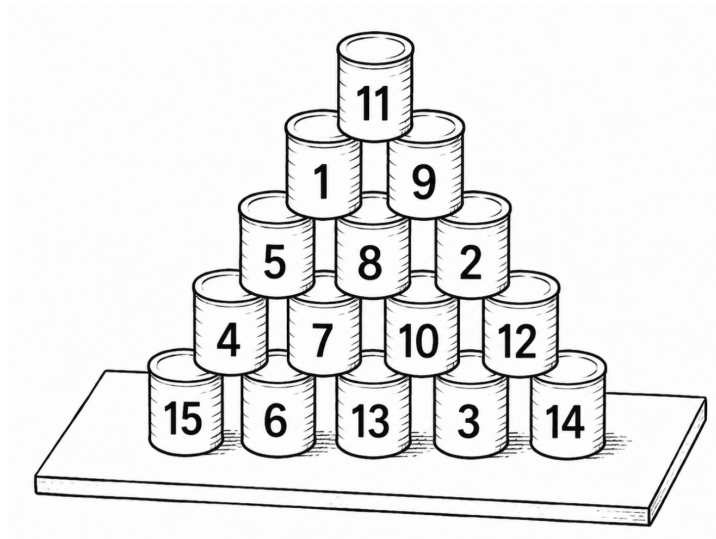


Nombre y apellidos: _____

Sociedad: _____

1. LATAS EN LA FERIA

En una feria hay un juego que consiste en lanzar pelotas a una pila de latas numeradas, como se muestra en la figura.



Una lata cae si es golpeada directamente por una pelota o si pierde uno de sus puntos de apoyo. Cuando una lata cae, puede provocar la caída de otras latas situadas encima. Por ejemplo, si la pelota golpea la lata 9, caerán las latas 9 y 11, obteniéndose una puntuación de 20 puntos.

Cada pelota solo puede golpear una lata. La puntuación obtenida es la suma de los números de todas las latas que han caído.

Por ejemplo, si la pelota golpea la lata 7, caerán las latas 7, 5, 8, 1, 9 y 11, obteniéndose una puntuación total de 41 puntos.

a) ¿Cuál es el número mínimo de lanzamientos, sin recolocar las latas caídas, para conseguir exactamente 38 puntos? Indica qué lata debe golpear cada pelota y justifica que no es posible conseguirlo con menos lanzamientos.

b) ¿Es posible obtener exactamente 51 puntos con un solo lanzamiento? En caso afirmativo, indica qué lata habría que golpear y explica tu razonamiento.

c) ¿Cuál es la mayor puntuación que puede obtenerse con un único lanzamiento? ¿Qué lata habría que golpear?

2. UN CUADRADO DE PAPEL

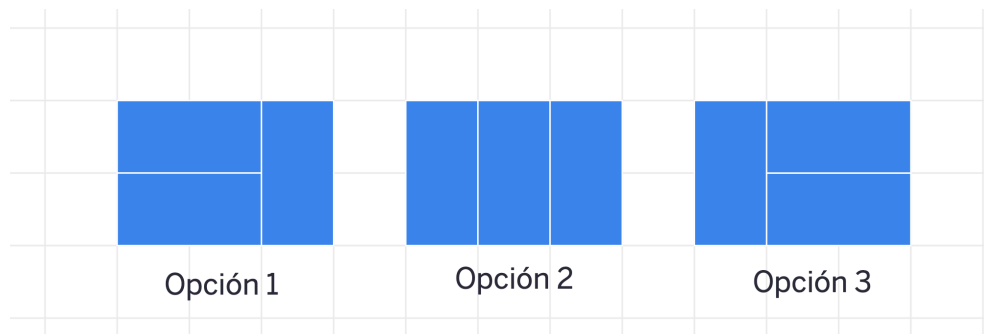
Dispones de una hoja cuadrada de papel. Marca el punto medio de cada uno de sus lados. Une los cuatro puntos medios para formar un nuevo cuadrado en el interior. Repite el mismo proceso sobre el nuevo cuadrado obtenido.

- a) ¿Qué fracción del área del cuadrado original ocupa el primer cuadrado interior?
- b) ¿Qué fracción del área del cuadrado original ocupa el quinto cuadrado interior?
- c) Sin construirlos todos, determina qué fracción del área original ocupará el décimo cuadrado interior. ¿Cómo lo has hecho?
- d) Si continuamos indefinidamente el proceso, ¿llegará en algún momento a desaparecer completamente el área? Justifica tu respuesta.

3. MURO DE LADRILLOS

Dispones de ladrillos rectangulares de tamaño 2×1 . Quieres construir muros rectangulares de altura 2 y anchura variable, sin dejar huecos ni solapar ladrillos. Los ladrillos pueden colocarse en horizontal o en vertical.

Por ejemplo, existen tres formas de construir un muro de 2×3 :



a) ¿De cuántas formas distintas se puede construir un muro de 2×5 ?

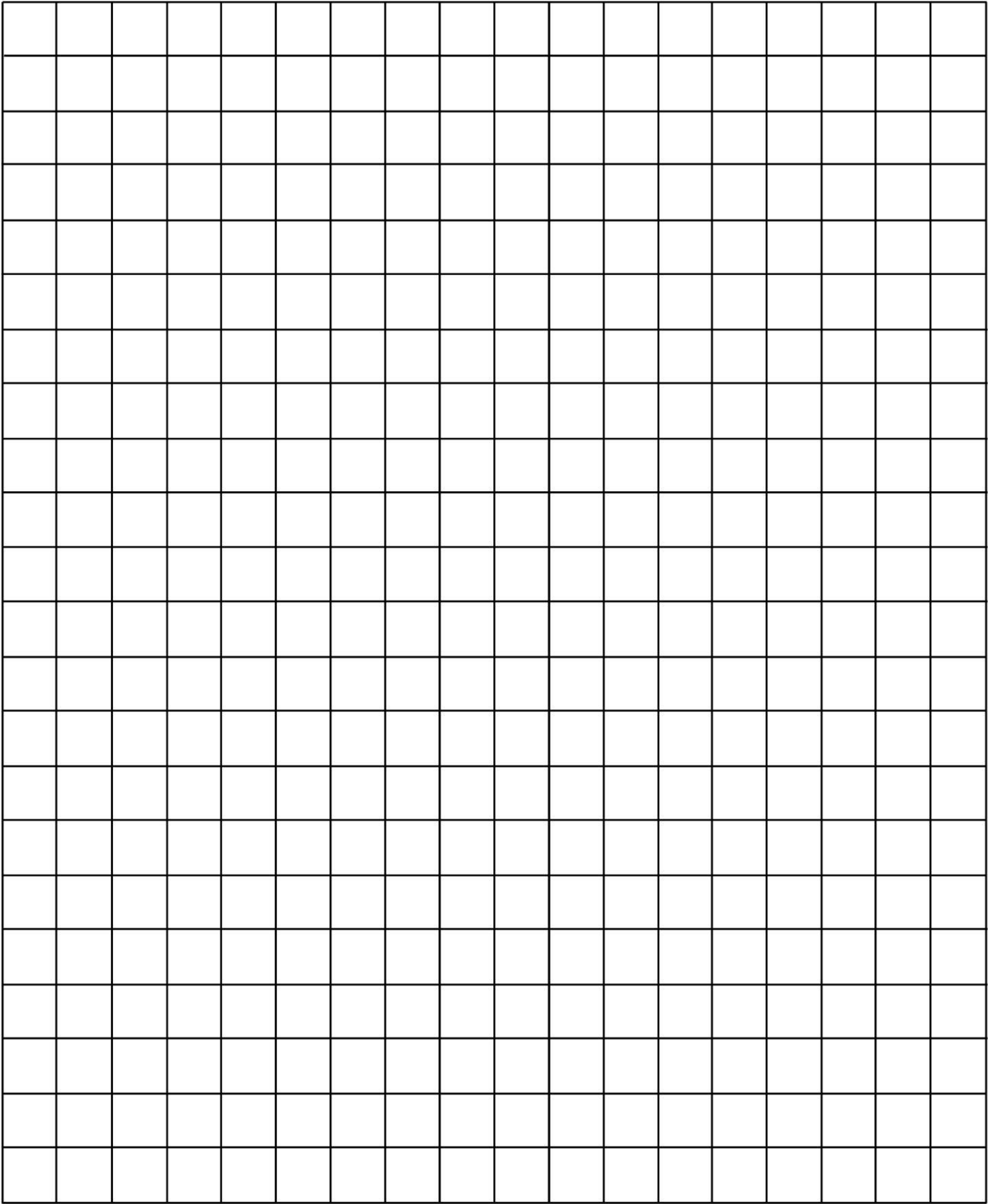
b) ¿Cómo calcularías el número de construcciones para un muro de 2×10 sin dibujarlas?

4. NÚMEROS

El número 1234 tiene cuatro cifras y la suma de sus cifras es 10. Otros números con esta misma propiedad son 3241 y 2224, ya que la suma de sus cifras también es 10.

Si ordenáramos de menor a mayor todos los números de cuatro cifras cuya suma de cifras es 10, el primero sería 1009 y el último 9100.

- a) Escribe los cinco primeros números que cumplen esta condición.
- b) Escribe los cinco números más grandes que cumplen esta condición.
- c) Sin necesidad de escribirlos todos, razona cuántos números de cuatro cifras cuya suma de cifras es 10 son mayores que 1000 y menores que 2000.
- d) ¿Cuántos números de cuatro cifras cuya suma de cifras es 10 existen en total? Explica claramente tu razonamiento.



¿QUÉ HAS DESCUBERTO HOY?

Qué problema te ha gustado más? ¿Por qué?

¿Qué problema te ha resultado más difícil? ¿Qué te hizo cambiar de estrategia?

¿De cuál de tus razonamientos te sientes más orgulloso/a?

Si pudieras añadir un quinto problema a esta Olimpiada, ¿cómo sería?

Completa la frase: "Para mí, hacer matemáticas es..."