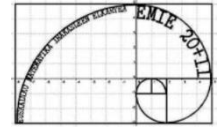




XXIII OLIMPIADA NACIONAL

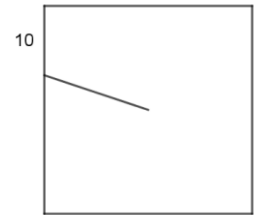
Vitoria, 2012



Sociedad de Profesorado de Matemáticas de Euskadi
Euskadiko Matematika Irakasleen Elkarte "EMIE 20+11"

Problema 1 Partiendo la tarta

Ana quiere repartir una tarta cuadrada de 30 cm. de lado entre 5 personas de forma que reciban la misma cantidad de tarta. El primer corte lo hace partiendo del centro del cuadrado hasta el borde de la tarta, a 10 cm. de una esquina como muestra la figura.



Si el resto de cortes los hace también en línea recta y partiendo del centro, ¿Cómo cortó la tarta?

Con la condición de que la longitud de cada trozo correspondiente al borde de la tarta sea un número entero, indica entre cuántas personas podría hacerse el reparto.

Problema 2 El año 2012

a) Empezando por el número 26, construimos una lista de números de la siguiente forma: cada número es la suma de los cuadrados de los dígitos del número anterior. Es decir, el segundo número de la lista es el 40, el tercero es 16, el cuarto es 37 y así sucesivamente.



Si empezamos por el número 2012 ¿cuál será el número que ocupa el lugar 2.012?

b) Queremos calcular la cantidad de números que hay entre 1 y 2012 y que sólo utilizan dos dígitos diferentes al escribirlos (por ejemplo 1.222) ¿cuántos habrá?

c) En la sucesión de números: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6,... ¿Cuál sería el término que ocupa el lugar 2012?

Problema 3 En el instituto

En el patio de un Instituto hay 70 chicos alineados en 7 filas y 10 columnas. Cada uno da la mano a todos los que están a su alrededor – por ejemplo, el que está situado en una esquina daría la mano a tres compañeros- ¿cuántos saludos hubo en total?

Y en el caso de que formasen m filas y n columnas, ¿cuántos saludos habría en total?



Problema 4 El juego de los múltiplos

Luis y Elena van a formar cada uno de ellos un número de tres cifras. Para ello eligen alternativamente un dígito entre los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6. (Los dígitos no se pueden repetir). Luis gana si el número que forma es divisible por 3. En caso contrario gana Elena.



- Si empieza eligiendo Luis, ¿cuál es la estrategia ganadora que puede seguir?
- Si empieza eligiendo Elena, ¿sigue habiendo estrategia ganadora para Luis?
- Y si eligiesen los números al azar, ¿qué probabilidad de ganar tendría Luis?

NOTA: La estrategia ganadora consiste en describir los pasos que debe dar Luis para que, haga lo que haga Elena, siempre gane.

Problema 5 Rellenando el tablero

Disponemos de un tablero de 64 casillas, cada una de 3 cm. de lado y de fichas de damas de 3 cm. de diámetro.

¿Cuál es el número máximo de fichas que pueden colocarse en el tablero, sin colocar una encima de otra ni traspasar sus bordes?

