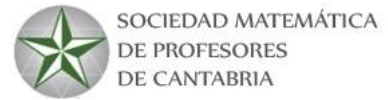




XXVII OLIMPIADA NACIONAL

Santander, 2016



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

Problema 1 Julióbriga

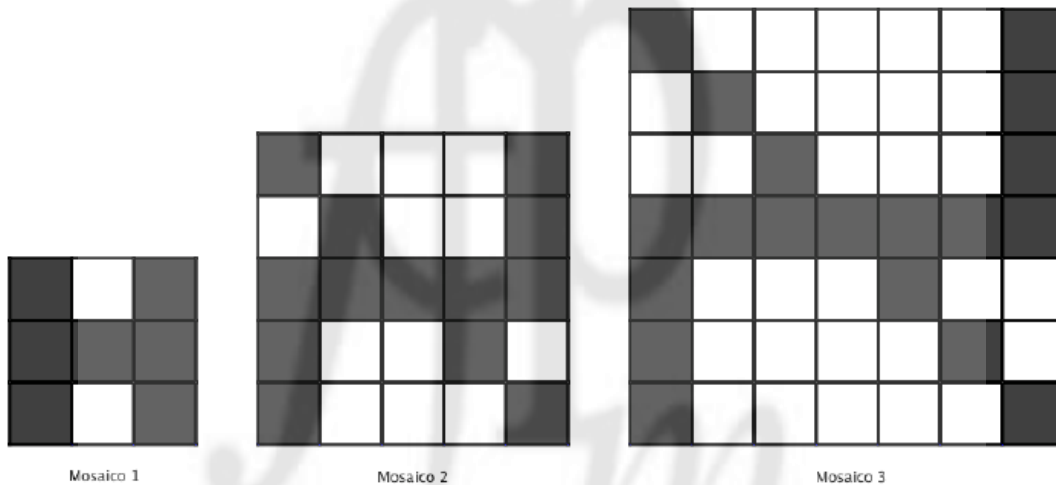


Julióbriga (en latín *Juliobriga*, literalmente *ciudad fortificada de Julio*, en memoria del padre adoptivo de Augusto, Cayo Julio César) fue la ciudad romana más importante de las nueve fundadas en Cantabria. Entre los restos destacan:

- El foro romano de la ciudad, de pequeñas dimensiones, edificado en lo alto de la loma, cerca y bajo la iglesia románica de Retortillo.
- Casa de los Morillos, del año 80 d. C.

- Casa de los Mosaicos, con llamativos pavimentos blancos y negros, termas y un hipocaustum.
 - Tabernae, edificio tipo ínsula con aterrazamiento del terreno para poder albergar almacenes y comercios.
- La imagen muestra las ruinas de la ciudad romana de Julióbriga (Retortillo, Campoo de Enmedio).

Alberto, tras una visita a Julióbriga, se entretiene diseñando sus propios mosaicos. Por el momento, está siguiendo un mismo patrón para construir mosaicos cuadrados, cada vez más grandes, con baldosas blancas y negras.



Mosaico 1

Mosaico 2

Mosaico 3

Alberto te formula las siguientes preguntas, que desea respondas con acierto.

- ¿Cuántas baldosas negras se emplearán para construir el mosaico número 4?
- ¿Cuántas baldosas negras se emplearán para construir el mosaico número 7?
- ¿Cuál será el total de baldosas empleadas en el mosaico que tenga exactamente 121 baldosas negras?
- ¿Podrá construirse un mosaico con un número de baldosas negras que sea múltiplo de 3?

Problema 2 El Sardinero y sus alrededores

Si hay una zona que caracterice la ciudad de Santander, y que es turística por excelencia, es la conocida como El Sardinero. En ella se encuentran las playas de El Sardinero, La Concha, Mataleñas, El Camello y La Magdalena. En la península de La Magdalena se ubica el palacio del mismo nombre, Palacio de La Magdalena, que es un símbolo de la costa santanderina. En verano la actividad en dicha península es intensa; el palacio es sede de los cursos de verano de la Universidad Internacional Menéndez Pelayo y en su campiña se celebran desde conciertos a concursos de hípica. Un paseo por El Sardinero permitirá contemplar los Jardines de Piquío y una buena parte de la arquitectura más noble de la ciudad. La imagen muestra una vista de la Primera Playa de El Sardinero, con el Gran Casino Sardinero al fondo.



Algunos estudiantes del Grado de Matemáticas han estado realizando un trabajo estadístico sobre la actividad de las personas que están en la Primera Playa del El Sardinero entre las 10:00 h, y las 11:00 h. Acerca del jueves pasado tienen los siguientes datos:

- A las 10:00, en la arena de la playa, hay dos grupos de personas: uno es de niños y otro es de adultos.
- A los 10 minutos llegan a la arena siete adultos más y seis de los niños que había en la arena van a bañarse.
- Después de 20 minutos más, llega a la arena otro grupo distinto de niños, cuyo número es el doble de los que había. Al mismo tiempo, cinco adultos que estaban en la arena van a bañarse.
- Tras otros 15 minutos, seis adultos y la mitad de los niños que permanecían en la arena van a bañarse.
- A las 11:00 h se incrementa en ocho el número de adultos que están tomando el sol en la arena y se mantiene el número de niños. En ese momento, en la arena, hay el doble de adultos que de niños.

Sabiendo que a las 11:00 h había 36 personas en la arena,

- ¿cuántos adultos y cuántos niños había en la arena a las 10:50 h?
- ¿cuántos adultos y cuántos niños había en la arena a las 10:00 h?

Problema 3 Bolos



En Cantabria el juego de los bolos es uno de los más arraigados. Durante el desarrollo del juego, cada jugador debe derribar el mayor número de bolos, de un total de nueve - sin contar el emboque-, mediante el lanzamiento de una bola. Los bolos suelen estar confeccionados en madera de avellano o de abedul y disponen de una base de metal llamada argolla; tienen 45 cm de alto y 5 cm de diámetro. La bolera, lugar donde tienen lugar los lanzamientos, es de forma rectangular y consta de tres partes: tiro, caja y birle; y, aunque no tiene unas medidas fijas, se establecen como idóneas 34×8 m.

Proponerte en esta prueba olímpica jugar a los bolos resultaría complicado; por ello, se ha ideado otro juego. Lee atentamente las condiciones del que te planteamos, en el que como homenaje a ese tradicional juego, se ha incluido un bolo en su presentación.

En este juego participan dos personas, Ana y Blas. Gana el juego quien logre colocar el bolo en la casilla 30, de acuerdo con las siguientes reglas:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

- Comienza Ana moviendo el bolo. A continuación, lo mueve Blas desde la posición en que lo dejó Ana; después, mueve de nuevo Ana desde la posición en que lo dejó Blas; y así sucesivamente.
- Cada jugador en su turno, puede mover el bolo una o más posiciones (una o más casillas) siempre que sea en horizontal hacia la derecha, en vertical hacia abajo, o en diagonal hacia la derecha y hacia abajo.



Se pide:

- Si un jugador deja el bolo en la posición "10", indica los números de las casillas, ordenados de menor a mayor, a las cuales puede mover el bolo el otro jugador en el siguiente movimiento.
- Se llaman "casillas perdedoras" a las casillas en las que si un jugador coloca el bolo, siempre perderá si el otro jugador juega adecuadamente.
Indica, ordenada de menor a mayor, la numeración de diez "casillas perdedoras".
- Se llaman "casillas ganadoras" a aquellas en las que cuando un jugador coloca el bolo, siempre ganará, si juega adecuadamente, con independencia de lo que haga el otro jugador.
Indica, ordenada de menor a mayor, la numeración de dos "casillas ganadoras"
- Este juego no es equitativo ya que si el primer jugador, en este caso Ana, juega adecuadamente, siempre gana.
Señala la numeración de dos casillas a las que Ana puede mover el bolo en el primer movimiento para ganar con seguridad.

Problema 4 Postres típicos



La *quesada pasiega* es un postre típico de los Valles Pasidegos, una comarca de Cantabria, y uno de los platos más representativos de la gastronomía de la región. Se compone de leche de vaca cuajada que se acompaña de mantequilla y harina de trigo, huevos y azúcar. La mezcla se suele aromatizar con limón rallado y canela en polvo. Por otra parte, está



el *sobao pasiego*, que es otro producto de repostería tradicional. Su popularidad ha hecho que, hoy en día, se comercialice en toda España, aunque la versión de Cantabria es diferente a la general. Se ignora el origen histórico de este bizcocho, aunque con toda probabilidad fue producto del uso espontáneo de las materias primas comunes en el entorno rural cántabro: mantequilla y harina.

En una confitería de Cantabria se venden bandejas con diferentes dulces típicos, elegidos entre los siguientes, a los que más tarde nos referiremos sólo mediante la letra que les acompaña:

Quesadas (Q), Sobaos (S), Arroz con leche (L), Corbatas de Unquera (C),
Polkas de Torrelavega (P), Pantortillas de Reinosa (R), Almendrados (A) y
Tarta de hojaldre y mantequilla (T)

Las bandejas de dulces se confeccionan según las siguientes condiciones:

- Si A está incluido en una bandeja, entonces Q también debe estar incluido en la misma bandeja.
- Si P está incluido en una bandeja, entonces S también debe estar incluido en la misma bandeja.
- Si C no está incluido en una bandeja, entonces R sí debe estar incluido en esa bandeja.
- Si C está incluido en una bandeja, entonces S debe estar incluido en la misma bandeja.
- L y P no pueden ser incluidos ambos en la misma bandeja.

• P está incluido en una bandeja si y sólo si A también está incluido en esa bandeja.
Ayuda a los confiteros en la preparación de las bandejas, respondiendo a las siguientes preguntas:

- a) ¿Es cierto que una bandeja no puede tener hasta siete dulces diferentes? ¿Es cierto que una bandeja puede tener un solo dulce? Razona tus respuestas.
- b) Si P está incluido en una bandeja, justifica cuál de las siguiente parejas de dulces deben
b₁) Q y C b₂) A y S b₃) T y R
- c) Si S no está incluido en una bandeja, ¿cuál de las siguientes listas representa la lista completa de los dulces que obligatoriamente deben estar incluidos?
c₁) R, Q y A c₂) R y Q c₃) R c₄) Q, T, R y L
- d) Si los confiteros desean comercializar una bandeja con exactamente cinco dulces, ¿cuál de las siguientes combinaciones es aceptable?
d₁) P, A, S, Q y T d₂) R, L, S, T y Q d₃) C, R, L, S y Q

Problema 5 Mitología cántabra

El *Ojáncano*, la *Guajona*, la *Anjana* o el *Lantarón* son nombres que se habrá encontrado toda persona que haya estado interesada por conocer los aspectos elementales de la mitología cántabra, poblada tanto de seres malévolos como de otros bondadosos y hermosos, de unos juguetones y bromistas junto a otros cuyo deseo sólo es ayudar. Se pueden encontrar brujas y animales imposibles de tierra y de mar, ninfas y sirenas, duendes y semidioses. En el libro *Monstruos, Duendes y Seres Fantásticos de la Mitología Cántabra* hay información detallada sobre todos estos seres.



Trastolillo



Musgoso



Ojáncano



Anjana

En honor a esos personajes mitológicos cántabros, vamos a dar nombres de algunos de ellos a unos tipos de números que se han colado en el siguiente problema.

Vamos a llamar número *trastolillo* a cada número natural que verifique una y sólo una de las dos condiciones siguientes y vamos a llamar número *musgoso* a cada número natural que verifique ambas condiciones simultáneamente. Las condiciones son:

- Ser múltiplo de 7
- Al dividirlo entre 5 se obtiene de resto 2

- a) Escribe los tres primeros números *trastolillos* y los tres primeros números *musgosos*.
- b) Acerca de la cantidad de número *musgosos* que están comprendidos entre 1 y 2016, se sabe que:
- es un número par de dos cifras
 - tiene exactamente cuatro divisores
 - la diferencia entre los dos divisores medianos es el cubo de un número
- ¿Cuál es la cantidad de números *musgosos* comprendidos entre 1 y 2016?
- c) Determina la cantidad de números *trastolillos* que están comprendidos entre 1 y 2016.