



XVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA

Puente de la Reina y Pamplona, 2007



Sociedad Navarra de Profesores de Matemáticas «Tornamira»

Matematika Iraskasicen Nafar Elkartea Tornamira

Problema 1 Lío de puertas

El Reverendo Charles Dogson, matemático, escritor y fotógrafo en sus ratos libres, nos propuso el siguiente ejercicio:

Una plaza cuadrada tiene 20 puertas en cada lado de modo que lo dividen en 21 partes iguales. Todas las puertas están numeradas correlativamente empezando de una esquina. Si consideramos las puertas de número 9, 25, 52 y 73, ¿desde cuál de ellas es menor la suma de las distancias a las otras tres?



Problema 2 Va de juegos



Disponemos de un tablero formado por 8 casillas cuadradas puestas en fila.

Dos jugadores, A y B, van a practicar el siguiente juego: Cada vez que sea el turno de un jugador tiene que tachar una de las casillas que no esté eliminada. Una casilla resulta eliminada si está tachada o está al lado de una casilla tachada.

El primer turno es para el jugador A, y al final de la partida resulta ganador quien tacha la última casilla posible.

Demuestra que, si juega adecuadamente, el jugador B puede ganar siempre.



Problema 3 La invitación

El señor y la señora Fernández invitaron a cenar a otros tres matrimonios. A la llegada, antes de empezar a cenar, se saludaron con algunos apretones de manos. Como es lógico nadie saludó a su esposo o esposa ni a sí mismo ni dio la mano a la misma persona más de una vez.

Al sentarse a la mesa, el señor Fernández preguntó a cada persona, incluida su esposa, a cuántos de los asistentes había dado la mano. Para su sorpresa,



cada uno de los invitados le dijo una cantidad diferente. ¿A cuántas personas dio la mano la señora Fernández? (Posiblemente el uso de un gráfico os resulte de ayuda).

Problema 4 Trenes que se cruzan

En una vía férrea de recorrido circular, desde la estación terminal cada quince minutos sale un tren en dirección este y otro en dirección oeste. El que va hacia el este completa el recorrido en 3 horas y el otro en 2 horas. Dos viajeros, Charles y Lewis, salen a la misma hora en direcciones opuestas.

¿Con cuántos trenes se encontró cada uno de los viajeros en su recorrido sin contar el que sale y el que llega a la vez que el suyo?

¿Cuántos trenes se encontró cada viajero después de cruzarse con el que había salido a la vez que el suyo?



Problema 5 Termómetro

Un termómetro defectuoso marca $+1^\circ$ al fundirse el hielo y $+106^\circ$ para el vapor del agua hirviendo. Cuando marca $+17^\circ$ ¿Cuál es la temperatura real?



Problema 6 Sumas y productos

El número 40 puede descomponerse en suma de números naturales de 2^{39} maneras distintas.

Algunas de ellas son: $40 = 2+2+5+5+6+10+10 = 6+6+6+6+6+10$

No vamos a pedirte que nos escribas todas las descomposiciones posibles. Sin embargo, si te fijas en el producto de los sumandos de cada una de las descomposiciones, es diferente: En el primero de los casos el producto es 60 000, y en el segundo 77 760.

Lo que te vamos a pedir es que, razonadamente, encuentres de entre todas las descomposiciones posibles del número 40 como suma de números naturales, iguales o distintos, aquella que dé como producto de sus sumandos el mayor número posible.

