

X OLIMPIADA NACIONAL

Albacete, 1999

Sociedad Castellano Manchega de Profesores de Matemáticas

Problema 1 Seis monedas

Coloca seis monedas en un modelo de casilla como el que indica la figura, de manera que en las monedas de la fila superior se vea la cara y en las monedas de la fila inferior se vea la cruz.



El objetivo es intercambiar las caras con las cruces en el menor número de movimientos.

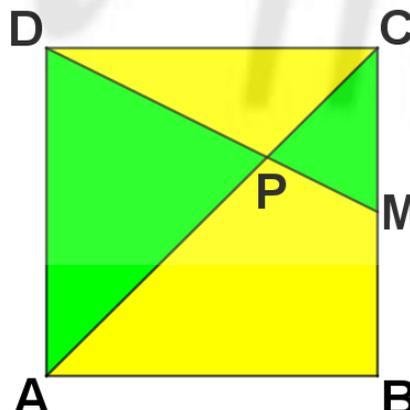
Caras y cruces se mueven por turno hacia cualquier casilla contigua que esté desocupada y cada movimiento puede hacerse hacia arriba, hacia abajo, de lado o en diagonal.

¿Cuál es el mínimo número de movimientos para intercambiarlas?

Cuando encuentres la solución trata de resolver un problema parecido, con una fila de cinco casillas con cuatro caras encima de otra fila con cuatro casillas de cruces. Prueba entonces a diseñar una estrategia para resolver este problema en un caso general.

Problema 2 Cuadrado

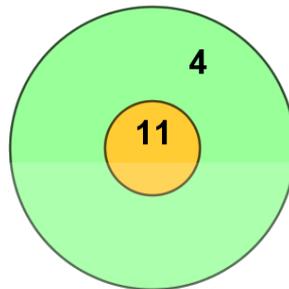
En un cuadrado ABCD de lado unidad se traza la diagonal AC. Se une el vértice D con el punto medio, M del lado BC.



- Calcular la razón entre las superficies del cuadrilátero ABMP y el triángulo CDP
- ¿Cuál sería la razón si M en lugar de estar en el punto medio del lado CD, estuviese a $\frac{1}{3}$ del vértice B?
- ¿Podrías aportar algún tipo de solución para M situado a $\frac{1}{n}$ del vértice B?

Problema 3 Jugando a los dardos

Juan y María están jugando a los dardos tirando sobre una diana como la que muestra el dibujo.



La diana está dividida en sólo dos regiones: la interior vale 11 puntos y la exterior vale 4 puntos.

Los jugadores tiran los dardos por turnos, sumando los totales, hasta que alguno alcanza una puntuación previamente acordada. Este será el ganador.

Cuando Juan y María estaban jugando a conseguir 21 puntos, se dieron cuenta de que no eran capaces de conseguir esa puntuación. Así es que cogieron papel y lápiz y se sentaron para averiguar todos los totales posibles.

Menos mal que vieron que, a partir de cierto número, cualquier puntuación era posible. Entonces acordaron que en el futuro siempre fugarían un total suficientemente grande.

Encuentra todos los totales imposibles de obtener en este juego.

Investiga acerca de los números imposibles de obtener cuando se definen otras puntuaciones para cada región de la diana.

Tal vez puedas descubrir una fórmula general para saber la máxima puntuación imposible cuando la región interior vale m puntos y la exterior n puntos