II OLIMPIADA MATEMÁTICA

Tenerife, Las Palmas y Lanzarote, 1991

Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas «Isaac Newton»

Problema 1

En una votación para la elección de un alcalde entre dos candidatos A y B, se emiten nueve votos y gana A por uno.

Hallar y describir el número de maneras en que pueden contarse las papeletas de votación, de tal forma que siempre vaya por delante el candidato ganador.

Problema 2

Las reglas del tres en raya son bien conocidas: sobre las casillas de un tablero de 3x3, dos jugadores colocan sus piezas alternativamente, (cruces y monedas, por ejemplo). Gana quien consigue una línea recta con sus piezas, bien sea horizontal, vertical u oblicuamente. Pues bien, observando las figuras 1, 2 y 3 y considerando que, aun sin ser expertos, ambos jugadores saben jugar, resuelve las siguientes situaciones:

1. En el tablero de la figura 1: ¿cuál fue el primero en jugar, cruces o monedas?
2. En el tablero de la figura 2: ¿es posible que se dé esta situación?
3. En el tablero de la figura 3: ¿en qué casilla se hizo la última jugada?

   Explícalo adecuadamente.

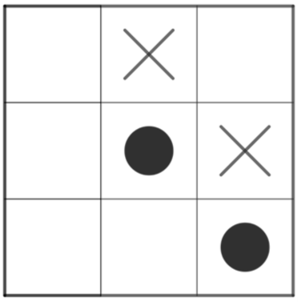


Fig. 1

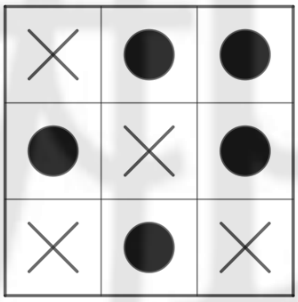


Fig. 2

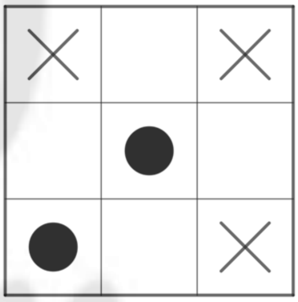


Fig. 3

Problema 3

Se quiere batir el record Guinness de apilamiento de pelotas de tenis. Para ello se forma una pirámide de base cuadrada adosando las pelotas y disminuyendo en cada capa una pelota por lado de los sucesivos cuadrados hasta la bola final, que formará el vértice superior de la pirámide.

Sabiendo que el número de bolas del lado de la base es 1.000, ¿cuántas pelotas se verán externamente?

Problema 4

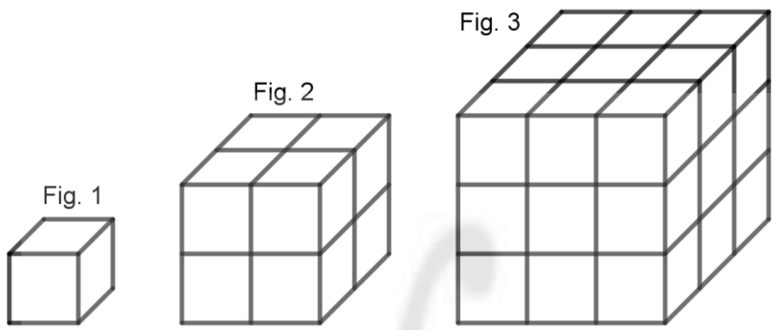
Tenemos el número suficiente de cubitos como el de la figura 1. Los apilamos formando un cubo de 2x2x2 cubitos. ¿Cuántos cubitos no se ven sin variar el punto de vista de la figura? Basta con que veas una de las caras del cubito para considerar que se ve (figura 2).

Tomamos 27 cubitos y los apilamos hasta formar un cubo de 3x3x3, (figura 3). ¿Cuántos cubitos no ves?

Se hace lo mismo con el cubo 4x4x4=64. ¿Cuántos cubitos no ves?

¿Y en el caso de que se apilen nxnxn=n^3 cubitos?

Explica las conclusiones a las que llegues.



Problema 5

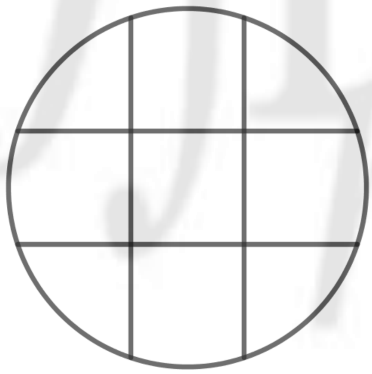
Demuestra que si al producto de los números anterior y posterior a cualquier múltiplo de 6 le sumamos 1, el resultado es múltiplo de 36.

Problema 6

En el país de los números andan locos para intentar colocar las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 en ocho de los espacios de esta superficie circular, atendiendo a la siguiente condición:

No pueden estar dos números consecutivos formando frontera por línea ni vértice.

¿Puedes encontrar la solución?

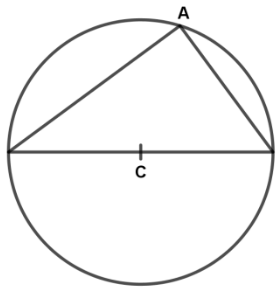


Problema 7

Si a los términos de una fracción irreducible se les suma el denominador y a la facción resultante se le resta la de partida, se obtiene de nuevo ésta. ¿De qué fracción se trata?

Problema 8

Demuestra que el ángulo A de la figura es recto. El lado opuesto a A es un diámetro del círculo.



Problema 9

En la Agencia de Investigaciones M.I.A., (Matemáticas Investigadores y Aclaradas), se han de resolver cierto número de misiones, pero disponemos de un número de agentes tal que: si encargamos una misión a cada agente, sobran “x” misiones; pero si damos “x” misiones a cada agente, se quedan “x” agentes sin misión. Como los agentes y misiones suman menos de 15, ¿sabrías decirnos cuántos agentes y misiones son?

Problema 10

¡Mira qué fácil se simplifican esta serie de fracciones!

$$\frac{16}{64}=\frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4}=\frac{1}{4}; \qquad \frac{166}{664}=\frac{1\cancel{66}}{\cancel{66}4}=\frac{1}{4}; \qquad \frac{1.666}{6.664}=\frac{1.\cancel{666}}{\cancel{6.66}4}=\frac{1}{4}; \qquad \dots\ \dots\ \dots$$

¿Hay fracciones como la primera de la serie, donde el numerador y el denominador son números entre 10 y 100 con sus cifras diferentes y que se “simplifican” de igual manera?

¿Generan fracciones de forma diferente a como lo hacen $\frac{16}{64}$?