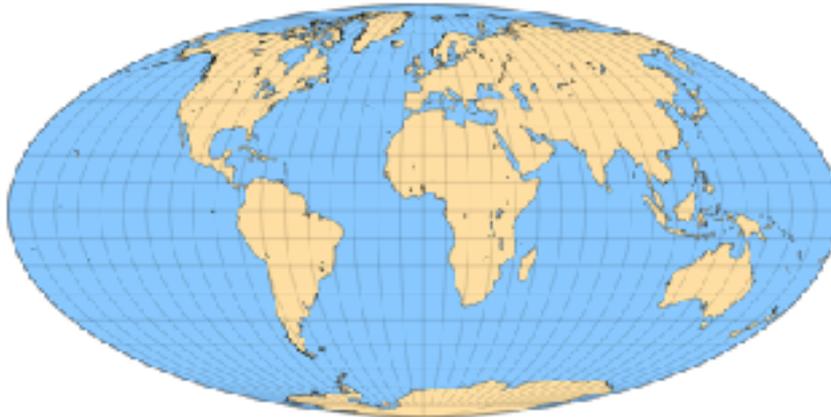


Mapas, mapas, mapas

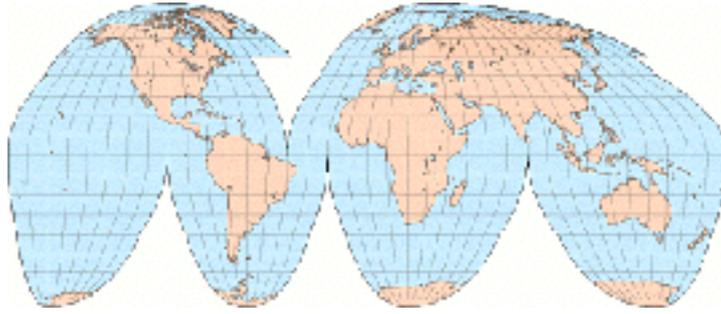
Raúl Ibáñez Torres (Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea)

El teorema de Euler sobre proyecciones cartográficas, que se ha mostrado en el cuaderno del Día Escolar de las Matemáticas 2019, *Los mapas, retratos de un planeta*, y sobre el que se puede leer más en el libro *El sueño del mapa perfecto* (Raúl Ibáñez, RBA, 2010), nos dice que no es posible diseñar mapas perfectos, o si se prefiere correctos, de la superficie terrestre. Es decir, es imposible construir proyecciones cartográficas que preserven, salvo el factor de escala, las propiedades métricas que, a priori, debería preservar todo buen mapa para su uso personal o profesional, como distancias, longitudes de curvas, áreas, ángulos, caminos más cortos o formas. Por lo tanto, todos los mapas, ya sean del mundo en su totalidad o de regiones más pequeñas, son falaces, distorsionan parte de la realidad métrica del planeta. La solución es elegir el mapa en función de las necesidades, de forma que preserve la propiedad prioritaria para su uso concreto.

Aunque no existe ningún mapa perfecto de la superficie terrestre, sí existen proyecciones cartográficas, y, por tanto, los mapas diseñados a partir de ellas, que preservan alguna de las propiedades métricas. Como se ve en *Los mapas, retratos de un planeta*, existen proyecciones isoareales, que preservan, salvo el factor de escala, las áreas de los territorios terrestres, de hecho, existen muchas de estas proyecciones, como las proyecciones cilíndrica de Lambert, cónica isoareal de Albers, de Mollweide, ortográfica de Gall-Peters, de Eckert IV, azimutal de Lambert o de Sanson-Flamsteed.

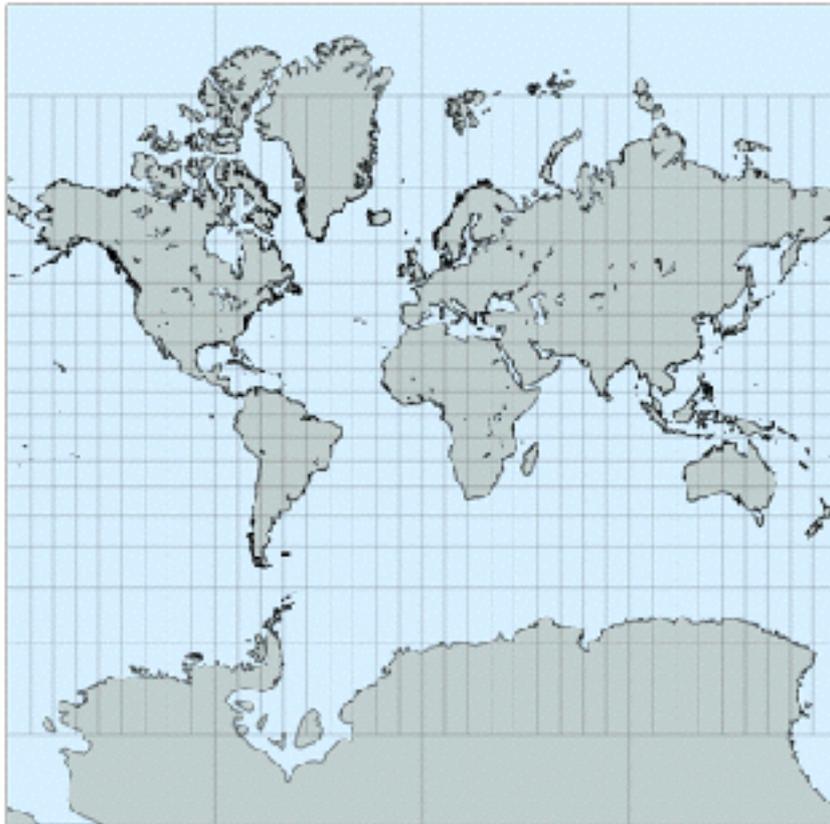


Mapa del mundo diseñado con la proyección pseudo-cilíndrica isoareal de Mollweide. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti

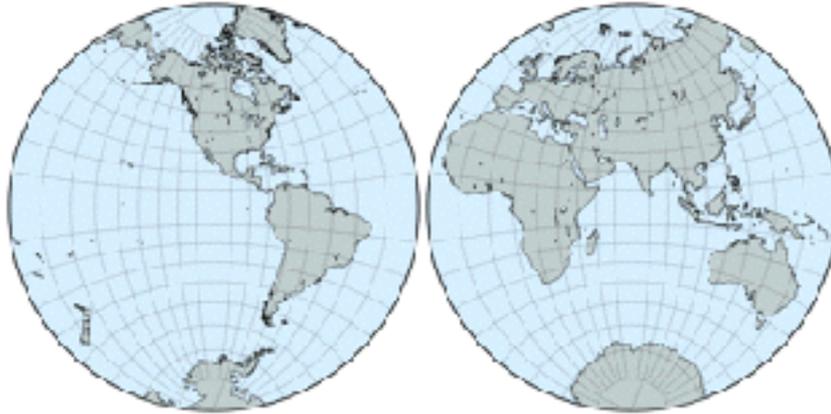


Mapa del mundo diseñado con la proyección pseudo-cilíndrica isoareal interrumpida de Goode. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti

Existen bastantes proyecciones conformes, es decir, que preservan los ángulos, los rumbos, como las proyecciones de Mercator, estereográfica, cónica conforme de Lambert o cónica conforme bipolar oblicua.



Mapa del mundo diseñado con la proyección cilíndrica conforme de Mercator. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti



Mapa del mundo en dos hemisferios diseñado con la proyección estereográfica. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti

E incluso hay una aplicación que preserva los caminos más cortos, las geodésicas, que es la proyección central o gnomónica.



Mapa del mundo, conocido como la mariposa de Cahill, diseñado con la proyección gnomónica, al proyectar la superficie terrestre sobre un octaedro sobre el que está inscrita esta. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti

Sin embargo, no existen proyecciones cartográficas que preserven al mismo tiempo dos de estas propiedades métricas, ni tampoco que preserven las distancias o las longitudes de las curvas, de los caminos.

De hecho, una de las consecuencias del resultado de Euler sobre la no existencia de mapas perfectos, es que no existe una escala constante asociada a un mapa, ya que las proyecciones cartográficas generan inevitablemente distorsión. Por lo tanto, la escala es más bien aproximada. Sin embargo, es posible construir mapas para los cuales una familia de curvas tenga escala constante y longitud proporcional a las curvas correspondientes de la Tierra. A estas curvas se las llama líneas estándar y la proyección se dice que es equidistante.

El ejemplo más sencillo de proyección equidistante es la proyección cilíndrica equidistante, o también llamada rectangular, equirectangular o carta plana, que consiste simplemente en tomar la latitud y la longitud como coordenadas cartesianas. Sería el

mapa básico construido a partir de las coordenadas geográficas. Mientras que la proyección cilíndrica isoareal de Lambert se comprime en latitudes altas y el de Mercator se expande, en este mapa cilíndrico equidistante los paralelos están igualmente espaciados, es decir, los meridianos son las líneas estándar, y el ecuador.

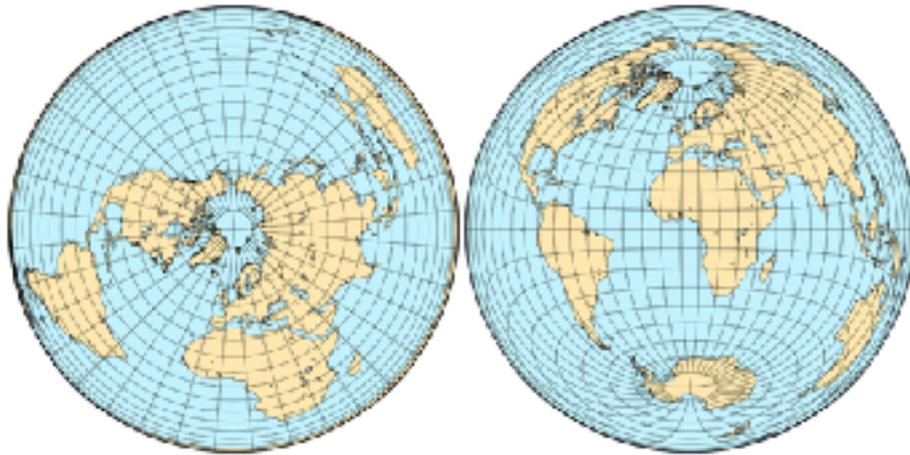


Mapa del mundo diseñado con la proyección rectangular. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti

Esta proyección suele atribuirse erróneamente a Eratóstenes de Cirene (276-194 a.n.e.), autor de uno de los primeros mapas del mundo conocido en su momento, la ecúmene, en el que aparecía una red irregular de meridianos y paralelos (véase el mapa en *Un breve paseo por la historia de los mapas* [enlace???]), aunque Claudio Ptolomeo (aprox. 90-170) cita a Marino de Tiro (aprox. 60-130) como su inventor. Es una proyección que fue muy utilizada, incluso para la navegación, hasta el siglo XVIII, aunque en la actualidad ha quedado reducida a su uso para mapas simples o mapas índice, es decir, un mapa sobre el que se sitúan esquemáticamente los diferentes mapas incluidos en una serie o atlas, y en los que se indica la página o referencia de localización.

Otra proyección equidistante es la proyección acimutal equidistante. Como otras proyecciones acimutales las geodésicas que pasan por el punto de referencia, se convierten en rectas que pasan por el punto central del mapa, conservándose además el ángulo entre esas geodésicas. La propiedad particular de esta proyección es que la escala es constante a lo largo de esas rectas que pasan por el centro del mapa, luego se preserva la distancia desde el mismo y las imágenes de los puntos que están a la misma distancia del punto de referencia se representan como circunferencias centradas en el centro del mapa.

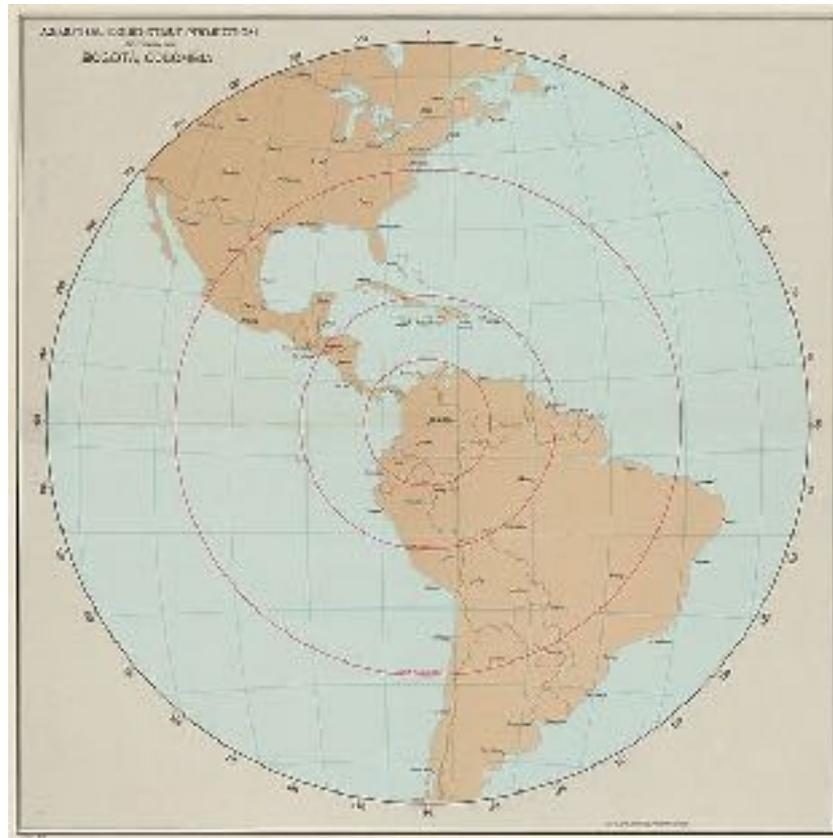
En el caso particular en el que el punto central es el polo norte, o el polo sur, los meridianos son las rectas que pasan por el punto central, luego las curvas estándar en este caso, y los paralelos las circunferencias concéntricas igualmente espaciadas, como se observa en el mapa de la izquierda en la siguiente imagen.



Mapas del mundo diseñado con la proyección acimutal equidistante, con el centro en el polo norte (izquierda) o en el ecuador, a la altura del meridiano 5° E. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti

El mapa centrado en el polo norte nos es bastante familiar ya que es el que se utilizó para la bandera y emblema de las Naciones Unidas. Además, se da la paradoja de que la imagen obtenida a través de esta proyección, centrada en el polo norte, suele ser la utilizada para mostrar la imagen plana de aquellas personas y sociedades que siguen creyendo, a día de hoy, que la Tierra es plana.

Esta proyección es muy interesante para situaciones en las que se necesita conocer los lugares geográficos que están a una cierta distancia de un lugar concreto.



Mapa de América del Sur, centrado en Bogotá, realizado en 1996 con la proyección acimutal equidistante. Imagen de la CIA - Central Intelligence Agency

Por otra parte, existe también otra familia de proyecciones cartográficas interesante desde el punto de vista métrico, las llamadas proyecciones de compromiso o convencionales, que son aquellas proyecciones cartográficas que no preservan ninguna de las propiedades métricas, como áreas, ángulos o geodésicas, pero intentan compensar la distorsión de todas las propiedades métricas para que ésta no sea muy grande o también para que ofrezca una imagen de la Tierra bastante creíble, es decir, que mantenga bastante bien las formas globales. Las proyecciones que suele utilizar la *National Geographic Society* para el diseño de sus mapamundis suelen ser convencionales, como las proyecciones de Van der Grinten, de Robinson o de Winkel-Tripel.

El cartógrafo germano-americano Alphonse J. van der Grinten (1852-1921) inventó la proyección que lleva su nombre en 1898. Es una proyección de compromiso, no preserva ni las áreas, ni los ángulos, ni las geodésicas, y por supuesto, ni las distancias, ni longitudes de las curvas. Además, proyecta toda la superficie terrestre sobre un círculo, creando una fuerte distorsión en los polos, al igual que ocurría ya con la proyección de Mercator, motivo por el cual en ocasiones se presenta recortada por los extremos. La *National Geographic Society* la adoptó para el diseño de sus mapamundis en 1922, y la estuvo utilizando hasta 1988, que fue sustituida por la proyección de Robinson.

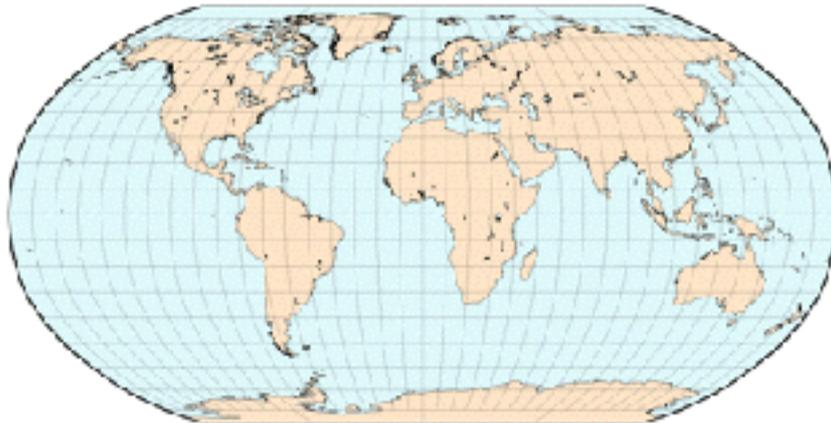


Mapa del mundo diseñado con la proyección de Van der Grinten. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti

A lo largo del siglo XX se fueron considerando, e inventando, proyecciones cartográficas más adecuadas que la proyección de Mercator para el diseño de

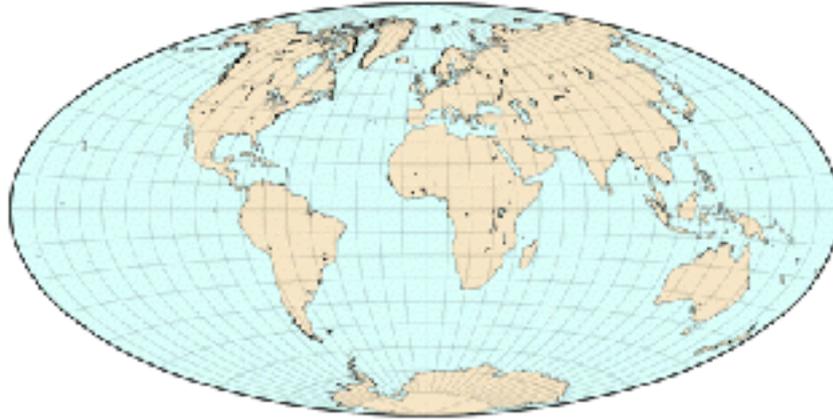
mapamundis, que fuesen más convenientes para la divulgación científica, la educación y los medios de comunicación. Algunos de esas proyecciones eran isoareales y otras de compromiso.

En esta línea, la compañía norteamericana dedicada a la tecnología y a la edición, famosa por sus publicaciones de atlas del mundo, Rand McNally, estaba descontenta con las proyecciones cartográficas utilizadas para los mapas que representaban a todo el planeta, por lo que en 1961, solicitó al geógrafo y cartógrafo estadounidense Arthur H. Robinson (1915-2004), una proyección adecuada para el diseño del mapamundi, para lo que le pusieron una serie de condiciones, como que no fuera un mapa interrumpido, con la mínima deformación general posible, que no distorsionase mucho las áreas de los grandes continentes, con una red sencilla de meridianos y paralelos, y que fuese un mapa fácil de utilizar para cualquier edad. En 1974 el cartógrafo estadounidense publicó la nueva proyección pseudo-cilíndrica que hoy se conoce como proyección de Robinson, y desde 1988 fue utilizada por la *National Geographic Society* para el diseño de sus mapamundis, hasta ser reemplazada por la proyección de Winkel tripel en 1998.



Mapa del mundo diseñado con la proyección de Robinson. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti

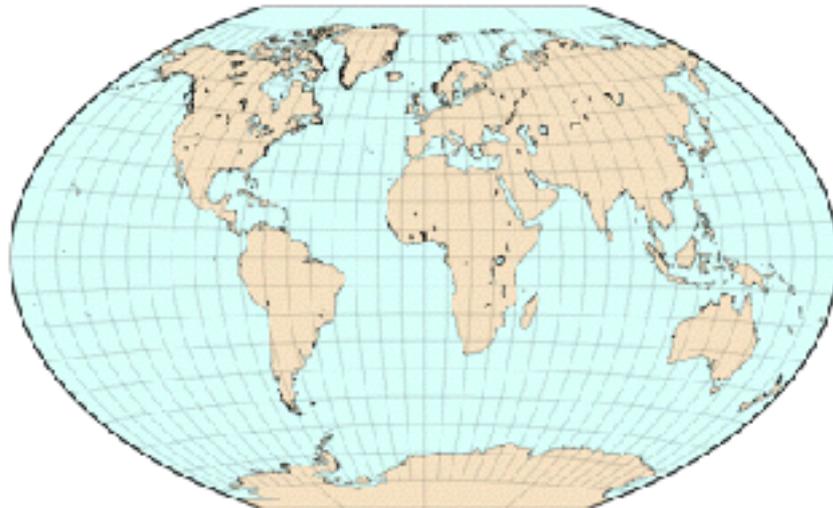
La proyección de Winkel triple fue creada por el cartógrafo alemán Oswald Winkel (1874-1953) en 1921, como una media aritmética de otras dos proyecciones ya conocidas, la proyección rectangular (véase más arriba) y la proyección de Aitoff, una proyección creada a partir de la proyección azimutal equidistante (véase más arriba) propuesta por el cartógrafo y revolucionario ruso David A. Aitoff (1854-1933) en 1889.



Mapa del mundo diseñado con la proyección de Aitoff. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti

El nombre de “tripel” alude a la propiedad de la proyección de minimizar la distorsión de las tres propiedades métricas: área, ángulos y distancias.

Después de que la National Geographic Society adoptase la proyección de Winkel tripel para sus mapas del mundo, muchas agencias, compañías y entidades educativas la utilizaron también para sus mapamundis. Aunque ya antes había sido utilizada. La primera vez en 1955 para el *Times Atlas of the World*, editado por John Bartholomew & Sons.



Mapa del mundo diseñado con la proyección de Winkel tripel. Imagen de la página web Cartographical Map Projections de Carlos A. Furuti

Bibliografía

FEEMAN, Timothy G. (2002), *Portraits of the Earth, A Mathematician Looks at Maps*, AMS, Providence, USA.

FURUTI, Carlos (1996-2018), *Cartographical Map Projections* <http://www.progonos.com/furuti/MapProj/Normal/TOC/cartTOC.html>

IBÁÑEZ, Raúl (2006), *El problema de Arno Peters, un problema cartográfico*, Revista SUMA, n. 52, pp. 101-109.

- IBÁÑEZ, Raúl (2010), *El sueño del mapa perfecto, cartografía y matemáticas*, El mundo es matemático, RBA, Barcelona.
- IBÁÑEZ, Raúl (2018a), «*Imago Mundi, 7 retratos del mundo*», *Cuaderno de Cultura Científica* (blog), Bilbao.
- IBÁÑEZ, Raúl (2018b), «*Imago Mundi 2, otros 6 retratos del mundo*», *Cuaderno de Cultura Científica* (blog), Bilbao.
- IBÁÑEZ, Raúl (2018c), «*Imago Mundi 3, y 7 retratos más del mundo*», *Cuaderno de Cultura Científica* (blog), Bilbao.
- IBÁÑEZ, Raúl (2018), *Los mapas, retratos de un planeta*, Día Escolar de las Matemáticas 2019, Revista SUMA, FESPM, Barcelona.
- SNYDER, John P. (1993), *Flattening the Earth, Two Thousand Years of Map Projections*, The University of Chicago Press, Chicago, USA.
- SNYDER, John P., VOXLAND, Philip M. (1989), *An Album of Map Projections*, USGS Professional Paper 1453, Reston, USA.