**Conclusiones Grupo 1:Estrategias para profundizar en la resolución de problemas dentro de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Coordinado por Julio Rodríguez Taboada.**

Se hizo una propuesta de bloque curricular de Resolución de problemas, que podría quedar formulado con los siguientes apartados:

* Objetivos
* Contenidos de Educación Primaria y de Educación Secundaria
* Metodología
* Evaluación

**OBJETIVOS**

1. Elaborar, desarrollar y utilizar razonamientos y técnicas heurísticas como herramientas para la resolución de problemas.
2. Llegar a ser consciente de los procesos de razonamiento que se desarrollan al resolver problemas mediante la heurística y saber gestionar dichos procesos.
3. Considerar que la resolución de un problema no finaliza cuando se obtiene la solución, sino tras la fase de revisión y extensión del proceso realizado.
4. Adoptar una postura crítica ante los mensajes, informaciones y situaciones diversas, aplicando el estilo heurístico de resolución de problemas para analizarlos, confrontarlos, sacar conclusiones y tomar las decisiones más adecuadas.
5. Generar y elaborar ideas, planes y todo tipo de recursos personales para la resolución de problemas, practicando y reflexionando sobre distintas técnicas que ayuden a desarrollar la creatividad.
6. Mostrar actitudes propias de la actividad matemática: recogida, exploración y clasificación ordenada de la información, cuestionamiento y crítica constante, flexibilidad y apertura para aceptar otras ideas debidamente argumentadas y capacidad de comunicar resultados y procesos.
7. Conocer y valorar las propias habilidades y aptitudes para la resolución de problemas afrontando y superando los bloqueos propios del proceso de resolución.

**CONTENIDOS EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

**1º-2º PRIMARIA**

1. Planificación del proceso: comprensión del enunciado, identificación de los datos necesarios, aplicación de la estrategia y comprobación de la solución o soluciones.
2. Uso de la calculadora para comprobación de resultados y búsqueda de regularidades y reglas en las relaciones numéricas.
3. Exposición oral ordenada de los razonamientos matemáticos.
4. Utilización de estrategias de resolución de problemas: creación de modelos, diagramas y dibujos.
5. Formulación, resolución y expresión oral de situaciones problemáticas que correspondan con una estructura aditiva.
6. Utilización de los siguientes cuantificadores lógicos: todos, algunos, ninguno, al menos uno…, para enunciar proposiciones lógicas a partir de una situación matemática dada.

**3º-4º PRIMARIA**

1. Planificación del proceso de resolución de problemas: comprender el enunciado, discriminar los datos y su relación con la pregunta, realizar un esquema de la situación, elaborar un plan de resolución, ejecutar el plan siguiendo la estrategia más adecuada, comprobar los resultados y responder.
2. Desarrollo de estrategias y procedimientos: búsqueda de regularidades, construcción de modelos, ensayo y error sistemático, organización de la información, simplificar, hacer una figura, adoptar otro punto de vista.
3. Uso de la calculadora para la búsqueda de regularidades y reglas en las relaciones numéricas, y mejora del cálculo estimado de resultados de operaciones con valoración de si la respuesta es razonable.
4. Estimación previa de resultados.
5. Formulación, resolución y expresión oral de situaciones problemáticas cercanas, que correspondan con la estructura multiplicativa, empleando distintas estrategias y representaciones o lenguajes, y reconociendo su equivalencia.
6. Desarrollo del aprendizaje autónomo y de mecanismos de autocorrección, utilizando un vocabulario matemático preciso para expresar sus razonamientos matemáticos.

**5º-6º PRIMARIA**

1. Planificación del proceso de resolución de problemas: comprender el enunciado, discriminar los datos y su relación con la pregunta, realizar un esquema de la situación, elaborar un plan de resolución, ejecutar el plan siguiendo la estrategia más adecuada, comprobar los resultados, responder y generalizar.
2. Utilización de modelos manipulativos y gráficos.
3. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para obtener información, realizar cálculos numéricos, resolver problemas y presentar resultados. Manejo de la calculadora.
4. Formulación oral y escrita de razonamientos lógico-matemáticos con un lenguaje preciso.
5. Argumentación sobre la validez de una solución o su ausencia, identificando, en su caso, los errores en una dinámica de interacción social con el grupo.
6. Formulación, resolución y expresión oral de situaciones problemáticas que correspondan con la estructura aditiva y multiplicativa conjuntamente, empleando distintas estrategias y representaciones o lenguajes, y reconociendo su equivalencia.
7. Desarrollo de estrategias y procedimientos: búsqueda de regularidades, construcción de modelos, ensayo y error sistemático, organización de la información, simplificar, hacer una figura, adoptar otro punto de vista.

**TIPOS DE PROBLEMAS EN PRIMARIA**

**1º-2º**

Problemas cercanos a su experiencia escolar, familiar, etc., que se correspondan con situaciones de suma y resta, patrones numéricos o geométricos, o razonamiento lógico.

Problemas de combinación, cambio, comparación e igualación.

**3º- 4º**

Problemas aritméticos, geométricos, de patrones, lógicos, problemas abiertos con más de una solución y problemas con distractores de la vida cotidiana.

Problemas de razón, conversión, combinación y comparación, reconociendo los elementos fundamentales de la estructura multiplicativa, colocando correctamente los datos y la pregunta en el lugar que corresponda; eligiendo la operación necesaria para obtener el resultado.

**5º- 6º**

Problemas aritméticos, geométricos, de patrones, lógicos, problemas abiertos con más de una solución y problemas con distractores de la vida cotidiana.

Problemas aritméticos significativos, reales o simulados, de proporcionalidad numérica o geométrica, u otros que se resuelvan con varias operaciones e involucren la estructura aditiva y la multiplicativa conjuntamente.

**CONTENIDOS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA**

**1º-2º ESO**

1. Definición de problema. Tipos de problemas.
2. Fases en la resolución de un problema.
3. Comprensión.
4. Planificación.
5. Ejecución.
6. Revisión y extensión.
7. Estrategias-heurísticos y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.
8. Estimar el resultado.
9. Ensayo y error sistemático.
10. Dividir el problema en partes.
11. Resolver un problema más simple.
12. Adoptar otro punto de vista.
13. Hacer una figura.
14. Modelización.
15. Organización de la información.
16. Buscar patrones. Generalizar
17. Empezar por el final.
18. Analogía.
19. Considerar un caso o una serie de casos.
20. Examen de posibilidades.
21. Bloqueos en la resolución de problemas.
22. Juegos de estrategia.

**3º-4º ESO**

1. Definición de problema. Tipos de problemas.
2. Fases en la resolución de un problema.
   1. Comprensión.
   2. Planificación.
   3. Ejecución.
   4. Revisión y extensión.
3. Estrategias-heurísticos y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.
   1. Estimar el resultado.
   2. Ensayo y error sistemático.
   3. Dividir el problema en partes.
   4. Resolver un problema más simple.
   5. Adoptar otro punto de vista.
   6. Hacer una figura.
   7. Modelización.
   8. Organización de la información.
   9. Buscar patrones. Generalizar
   10. Empezar por el final.
   11. Analogía.
   12. Considerar un caso o una serie de casos.
   13. Examen de posibilidades.
   14. Inducción y deducción.
   15. Reducción al absurdo.
4. Bloqueos en la resolución de problemas.
5. Juegos de estrategia.

**METODOLOGÍA**

Empezar por enseñar conceptos y técnicas primero y luego plantear problemas para aplicar los conocimientos supuestamente adquiridos se ha demostrado que no es, habitualmente, el mejor camino para ayudar al alumnado a construir las matemáticas.

Hay problemas especialmente adecuados para hacer emerger la necesidad de nuevos conceptos y técnicas. Un buen camino puede ser:

Preparación de la tarea:

* Se debe seleccionar el problema a trabajar en función de objetivos y heurísticos que se deseen trabajar. Esto puede hacerse dejando que aparezcan libremente las heurísticas a usar o bien fijando una previamente. Se deben proponer “tareas ricas”, en las que el todo el alumnado pueda alcanzar alguno de los objetivos y esto refuerce su autoestima.
* El docente analizará las distintas posibilidades de resolución del problema, para intentar anticiparse a las dificultades y los conceptos necesarios del alumnado y poder así ser eficaz en su papel de guía en el aula.
* Se tomará una decisión sobre las posibilidades de organización espacial y de agrupamiento del aula (individual, parejas, grupos…) que pueden favorecer mejor el aprendizaje.

Durante la realización de la tarea:

* Presentar el problema conectándolo con los centros de interés del alumnado de manera que capte su atención.
* Se organizará el aula y los grupos según las necesidades que se han previsto y las posibilidades espaciales y de mobiliario.
* El docente guiará a los grupos a lo largo de las distintas fases de resolución, teniendo en cuenta que no se trata de un proceso lineal, sino que hay idas y vueltas entre las fases:

1. FASE 1: Comprender los datos - objetivos.
2. FASE 2: Pensar las estrategias / heurísticas de resolución que pueden ser aplicables y destacar aquellas más creativas que no hayan aparecido anteriormente, si no es una tarea en la que la heurística haya sido fijada previamente.

En cualquier caso, en esta fase hay que elaborar un plan para la resolución del problema.

1. FASE 3: Ejecutar la estrategia elegida para obtener una solución.
2. FASE 4: Revisión y extensión de la solución. Generalización y planteamiento de nuevas soluciones.

* Ayudar al alumnado en caso de bloqueo, revisando los logros ya conseguidos y situar en qué punto del proceso se encuentra utilizando como guía la “Base de Orientación”
* Potenciar que el alumnado desarrolle sus capacidades y exponga sus ideas.

Es importante que, antes de finalizar la actividad y, dependiendo de la diversidad de la clase, al menos todos los grupos /estudiantes hayan alcanzado algún éxito en el problema, esto ayudará a aumentar su autoestima y su predisposición para un nuevo problema.

**BASE DE ORIENTACIÓN**

|  |  |
| --- | --- |
| DOMINIOS | DIMENSIONES |
| Comprendo el problema | 1. Distingo las preguntas que he de responder y entiendo todo aquello que se me pide que haga. 2. Distingo los datos y me aseguro de que los entiendo. 3. Expreso el problema para entenderlo mejor haciendo un dibujo, esquema, diagrama... (lo que me parezca más adecuado) y hago pruebas si me es necesario. |
| Para cada pregunta formulada: | |
| Tengo un plan de acción | 1. Pienso alguna estrategia de resolución a partir de la representación y las pruebas o ejemplos que he hecho, y trato de aplicarlo. 2. Encuentro los datos y los razonamientos y/o algoritmos que necesito para aplicar la estrategia. 3. Aplico la estrategia y la escribo de manera que se entienda todo aquello que he pensado. |
| Reviso mi tarea | 1. Si no lo consigo, detecto dónde me bloqueo o me equivoco y aplico una nueva estrategia (con todo lo que necesite). 2. Una vez resuelto:  * investigo si hay otras soluciones y las encuentro. Si sólo hay una, razono por qué no hay más. * razono si se podría hacer de otras maneras.  1. Releo lo que he hecho, y me aseguro de que lo explico todo, que respondo de manera razonada y que se entiende. Relaciono, si hace falta, con el resto de preguntas y tareas solicitadas. |

**EVALUACIÓN**

La evaluación de los aprendizajes es una tarea compleja y las matemáticas no escapan de esta dificultad. A veces, desde determinadas creencias sobre qué son las matemáticas y en qué consiste aprenderlas se piensa que evaluar el aprendizaje matemático es algo sencillo. Seguramente esta creencia está relacionada con una reducción de la evaluación a las técnicas, donde la verificación de su conocimiento es simple. En cambio, si consideramos que una parte fundamental de las matemáticas la constituyen los procesos, y entre ellos la resolución de problemas, evaluar su adquisición, en el sentido de obtener información sobre su desarrollo por parte de los alumnos, es una tarea más compleja.

En primer lugar, hay que plantearse qué tipo de evaluación queremos realizar. Podemos considerar dos tipos de evaluación: la que tiene una función certificativa (evaluación de tipo calificativo, habitualmente al final del proceso) y la que tiene una función formativa (sus acciones y sus resultados tienen como objetivo participar en el proceso de aprendizaje). Hay todavía un tercer tipo, la evaluación formadora, que, aun formando parte de la anterior, tiene como finalidad específica promover que los alumnos se apropien de los objetivos de aprendizaje y de los criterios de evaluación, y que anticipen y planifiquen sus acciones. Contribuye a la autorregulación de los aprendizajes, para avanzar en la autonomía de los alumnos, algo fundamental para resolver problemas.

En conjunto, podemos diferenciar entre evaluación inicial, final o durante el proceso (según el momento en que se realice) y evaluación calificativa, formativa y formadora (según la finalidad). En resolución de problemas, esta diversidad de tipos de evaluación es importante, dada la complejidad del proceso que queremos evaluar.

Cuando evaluamos el uso de una técnica proponemos una actividad para verificar el nivel de logro de la misma. La valoración / calificación de este ejercicio puede ser clara y, a menudo, cerrada. Sin embargo, cuando queremos evaluar un proceso, como la resolución de problemas, el establecimiento de criterios de evaluación es más complejo y la valoración de lo que hace el alumno aún más. En todo caso, es de muy poca utilidad limitarse a constatar si el alumno ha resuelto correctamente o no el problema.

La tarea fundamental para evaluar la resolución de problemas es el establecimiento de criterios (y niveles) para caracterizar qué significa saber resolver problemas (hasta cierto nivel). En este sentido,la evaluación debe permitir obtener la información necesaria para determinar el nivel de adquisición del proceso de resolución de problemas, pero al mismo tiempo debe ser una herramienta que contribuya a la mejora del aprendizaje de los alumnos. Es importante que se utilicen varios instrumentos de evaluación durante el proceso de aprendizaje como parte importante del mismo.

La utilización de cualquier instrumento de evaluación debe ir acompañado de una devolución de la actividad realizada por el alumno, complementada con tareas de mejora o de ampliación.

Uno de los instrumentos útiles para aplicar criterios concretos sobre la resolución de problemas son las rúbricas. El problema es que una rúbrica general que contenga todas las acciones que es conveniente valorar en el proceso de resolución de un problema es excesivamente larga para que su utilización resulte viable, por una cuestión de tiempo y de nivel de profundización. Se sugiere que, a partir de la lista de todas las acciones de una rúbrica exhaustiva, se seleccionen un número reducido de ellas que coincidan con aquellas que se van a utilizar cuando se evalúan las producciones sobre un determinado problema.

Esta es una posible lista de acciones que conformarían una rúbrica general:

|  |
| --- |
| - Identifica preguntas, datos y unidades implicadas en la situación.  - Explica el problema con sus palabras.  - Representa el problema mediante esquemas, gráficos, dibujos geométricos, expresiones aritméticas...).  - Interpreta y utiliza correctamente las magnitudes y unidades.  - Usa el tanteo para hacer una estimación de la solución.  - Simplifica la situación - problema a otros conocidos.  - Identifica patrones/pautas que pueden ayudar a la resolución.  - Usa estrategias/algoritmos conocidos para hallar resultados.  - Elige la estrategia más eficaz.  - Incorpora o adapta otras estrategias o algoritmos.  - Replantea el problema si la estrategia no le funciona.  - Si el problema lo permite, encuentra más de una estrategia para resolverlo.  - Da todas las soluciones al problema planteado.  - Expresa correctamente las soluciones que da.  - Se plantea y explica si las soluciones obtenidas matemáticamente son razonables o no.  - Comprueba si las soluciones halladas cumplen las condiciones del enunciado.  - Explora la posibilidad de que haya más de una solución.  - Relaciona las respuestas con las preguntas formuladas, si hay más de una. |

Para elaborar la rúbrica aplicable a un determinado problema, seleccionamos aquellas acciones de la rúbrica general, y los niveles correspondientes, que mejor se corresponden con la resolución de dicho problema.

A partir de la evaluación formadora, es importante implicar al alumnado en la evaluación, haciéndolo partícipe de dicho proceso. Esto significa desarrollar tareas donde se expliciten los aprendizajes al inicio de un tema, tareas de revisión de las producciones de los compañeros, con la correspondiente devolución de las mismas, así como tareas de autoevaluación.

Un instrumento que se pueden utilizar son las bases de orientación (BO). Una BO es una secuencia ordenada de acciones, fundamentada en los requerimientos de la tarea a realizar y en las necesidades del alumnado, que lleva a resolver un problema. Un ejemplo de BO, desarrollada y consensuada con un grupo de alumnos concretos (de 6º de Primaria y de 1º de ESO), a partir de la resolución de unos problemas concretos es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| **Dominios** | **Dimensiones** |
| **Comprendo el problema** | d1. Distingo las preguntas que he de responder y entiendo todo aquello que se me pide que haga. |
| d2. Distingo los datos y me aseguro de que los entiendo. |
| d3. Expreso el problema para entenderlo mejor haciendo un dibujo, esquema, diagrama... (lo que me parezca más adecuado) y hago pruebas si me es necesario. |
| Para cada pregunta formulada: | |
| **Tengo un plan de acción** | d4. Pienso alguna estrategia de resolución a partir de la representación y las pruebas o ejemplos que he hecho, y trato de aplicarlo. |
| d5. Encuentro los datos y los razonamientos y/o algoritmos que necesito para aplicar la estrategia. |
| d6. Aplico la estrategia y la escribo de manera que se entienda todo aquello que he pensado. |
| **Reviso mi tarea** | d7. Si no lo consigo, detecto dónde me bloqueo o me equivoco y aplico una nueva estrategia (con todo lo que necesite). |
| d8. Una vez resuelto,  · Investigo si hay otras soluciones y las encuentro. Si sólo hay una, razono porque no hay más.  · Razono si se podría hacer de otras maneras. |
| d9. Releo lo que he hecho, y me aseguro de que lo explico todo, que respondo de manera razonada y que se entiende. Relaciono, si hace falta, con el resto de preguntas y tareas solicitadas. |